



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Ciencias Matemáticas

Unidad de Posgrado

**Impacto de esquemas de fijación de cargos de
terminación móvil sobre los niveles de bienestar en una
industria asimétrica: un modelo económico-
matemático**

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster en Estadística
Matemática

AUTOR

Manuel Antonio GAVILANO ASPILLAGA

ASESOR

Erik Alex PAPA QUIROZ

Lima, Perú

2018



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Gavilano, M. (2018). *Impacto de esquemas de fijación de cargos de terminación móvil sobre los niveles de bienestar en una industria asimétrica: un modelo económico-matemático*. Tesis para optar el grado de Magíster en Estadística Matemática. Unidad de Posgrado, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

HOJA DE METADATOS COMPLEMENTARIOS

Código ORCID del autor:	:	
Código ORCID del asesor:	:	0000-0002-8678-6918
DNI del autor	:	40772808
Grupo de investigación	:	No pertenece a ningún grupo de investigación.
Institución que financia parcial o totalmente la investigación:	:	Ninguna.
Ubicación geográfica donde se desarrolló la investigación (incluir localidades y coordenadas geográficas)	:	Calle Salaverry 1226-4 piso, Surquillo. (-12.109011, -77.020228)
Año o rango de años que la investigación abarcó	:	Enero 2016 – marzo 2018

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS DE GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER


Siendo las, 17:10 horas del día miércoles tres de octubre del dos mil dieciocho, en el Auditorio de la Facultad de Ciencias Matemáticas, el Jurado Evaluador de Tesis, Presidido por la Mg. Emma Norma Cambillo Moyano e integrado por los siguientes miembros, Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez Cirilo (Jurado Evaluador), Mg. Edinson Raúl Montoro Alegre (Jurado Informante); Mg. Rosa Fátima Medina Merino (Jurado Informante) y el Dr. Erik Alex Papa Quiroz como Miembro Asesor, se reunieron para la sustentación de la tesis titulada: «IMPACTO DE ESQUEMAS DE FIJACIÓN DE CARGOS DE TERMINACIÓN MÓVIL SOBRE LOS NIVELES DE BIENESTAR EN UNA INDUSTRIA ASIMÉTRICA: UN MODELO ECONÓMICO-MATEMÁTICO» presentada por el Bachiller Manuel Antonio Gavilano Aspillaga, para optar el Grado Académico de Magíster en Estadística Matemática.

Luego de la exposición del graduando, los Miembros del Jurado hicieron las preguntas correspondientes, así como las observaciones e inquietudes acerca del trabajo de tesis, a las cuales el Bachiller Manuel Antonio Gavilano Aspillaga respondió con acierto y solvencia, demostrando pleno conocimiento del tema.

A continuación se realizó la calificación correspondiente, según tabla adjunta, resultando el Bachiller Manuel Antonio Gavilano Aspillaga aprobado con el calificativo de 17 diecisiete (MUY BUENO)

Habiendo sido aprobada la sustentación de la Tesis, el Jurado Evaluador recomienda para que el Consejo de Facultad apruebe el otorgamiento del grado académico de **Magíster en Estadística Matemática** al **Bachiller Manuel Antonio Gavilano Aspillaga**.

Siendo las 18:35 horas, se levantó la sesión, firmando para constancia la presente Acta.


Emma Norma Cambillo Moyano
Presidenta


Mg. Wilfredo Eugenio Domínguez Cirilo
Miembro


Mg. Edinson Raúl Montoro Alegre
Miembro


Mg. Rosa Fátima Medina Merino
Miembro


Dr. Erik Alex Papa Quiroz
Miembro Asesor

Dedicatoria

A mis hijos Ofelia Tamara y Renato Manuel, por ser las razones de mi existencia y sobre quienes yo siempre enfoco cada uno de mis objetivos. (Se denota AMOR, siendo A=Amparo; M=Manuel; O=Ofelia; R= Renato. Esto se cumple $\forall t \rightarrow \infty$; o para cualquier función monótonamente creciente en la que

$$\lim_{A,M,O,R \rightarrow \infty} (A + M)^{O+R}$$

A mi amada esposa Carolyn Amparo por estar siempre a mi lado en cada uno de mis días, por ser mi compañera y mi súper amiga de la vida. (Mi Amparito, juntos podremos salir de todo esto).

A mis padres a quienes amo con todo mi corazón, Inés y Humberto. Ellos fueron mis primeros y grandes maestros, y por tanto, les debo demasiado. Nada es suficiente. Mi padre se encuentra muy mal de salud. Para ti papá.

A mis hermanos Luis, Carla y Antonio por estar ahí en cada momento de mi vida, y les agradezco demasiado por todo su apoyo en los momentos más difíciles de mi vida. Algún día –ya muy pronto– nos volveremos a juntar, los extraño. A la fecha de esta tesis, ya son 22 años sin ver a mi hermana Carla y 15 años sin ver a mi hermano Luis.

Agradecimientos

A Dios por ser mi guía en cada uno de mis pasos, por todo el apoyo y el amor que brinda a toda mi familia.

Al profesor Dr. Erik Alex Papa Quiroz, por su dedicación en las sesiones de trabajo de exposición y sus correcciones al presente trabajo.

A los miembros del jurado: Mg. Emma Cambillo, Mg. Wilfredo Dominguez, Mg. Edinson Montoro y Mg. Rosa Medina.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.....	11
1.1. <i>Situación Problemática</i>	15
1.2. <i>Formulación del Problema</i>	16
1.3. <i>Justificación de la Investigación.....</i>	16
1.4. <i>Objetivos de la Investigación</i>	18
1.4.1. <i>Objetivo General.</i>	18
1.4.2. <i>Objetivos Específicos.</i>	19
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	20
2.1. <i>Antecedentes del Problema.....</i>	20
2.1.1. <i>Revisión de literatura sobre Impactos de los Cargos por Terminación en el Bienestar.....</i>	20
2.1.2. <i>Conceptos tarifarios que intervienen en una llamada.....</i>	24
2.1.3. <i>Hechos estilizados en la implementación de escenarios de establecimiento de Cargos de llamada.</i>	26
2.2. <i>Bases Teóricas Estadísticas.....</i>	29
2.2.1. <i>Función de distribución doble exponencial (o de Laplace).....</i>	29
2.2.2. <i>Función de distribución Logística</i>	31
2.2.3. <i>Función de distribución de Gumbel (o valor extremo).....</i>	33
2.2.4. <i>Función de distribución Logit-Multinomial</i>	35
2.3. <i>Bases Teóricas Económicas.....</i>	36
2.3.1. <i>Excedente en el Usuario</i>	36
2.3.2. <i>Función de Utilidad Directa y canasta de consumo óptimo.....</i>	37
2.3.3. <i>Teoremas del Bienestar: Situación Paretiana.</i>	40
2.4. <i>Conceptos claves</i>	41
2.4.1. <i>Externalidad de Red.....</i>	41
2.4.2. <i>Elasticidad-precio en la demanda</i>	42
2.5. <i>Importancia y descripción del servicio de telefonía móvil</i>	43
2.5.1. <i>Dinamismo en la cantidad de líneas móviles en servicio y tasa de penetración.....</i>	43
2.5.2. <i>Cuota de mercado e Índices de Concentración.</i>	44
2.5.3. <i>Niveles de Tráfico y niveles de Cobertura.....</i>	46

2.5.4.	<i>Políticas procompetitivas en el mercado móvil en el Perú.</i>	48
2.5.5.	<i>Índice de intensidad competitiva en el mercado móvil</i>	49
2.6.	<i>Cargo por finalizar una llamada sobre la red móvil</i>	50
2.6.1.	<i>Definición</i>	50
2.6.2.	<i>Justificación de porqué regular el cargo de terminación de llamada en la red móvil</i>	51
2.6.3.	<i>Características de los escenarios de fijación de cargos móviles...</i>	52
CAPÍTULO 3: HIPÓTESIS Y VARIABLES		54
3.1.	<i>Hipótesis general</i>	54
3.2.	<i>Hipótesis específicas</i>	54
3.3.	<i>Identificación de Variables</i>	55
3.4.	<i>Matriz de Consistencia</i>	56
3.5.	<i>Matriz de Operacionalización</i>	57
CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA		59
4.1.	<i>Tipo y Diseño de Investigación</i>	59
4.2.	<i>Unidad de Análisis</i>	59
4.3.	<i>Población de estudio</i>	60
4.4.	<i>Tamaño de muestra</i>	60
4.5.	<i>Técnicas de Recolección de datos</i>	60
4.6.	<i>Utilización de Software</i>	61
CAPÍTULO 5: MODELO PROPUESTO		62
5.1.	<i>Supuestos del modelo planteado</i>	63
5.2.	<i>Ecuaciones que determinan el equilibrio del modelo</i>	65
5.2.1.	<i>Cuota de mercado</i>	65
5.2.2.	<i>Excedente en el Usuario</i>	67
5.2.3.	<i>Precios de llamada y Pagos mensuales</i>	67
5.2.4.	<i>Equilibrio</i>	68
5.3.	<i>Línea de tiempo para el modelo planteado</i>	69
5.4.	<i>Algoritmo para el desarrollo del modelo</i>	70
5.5.	<i>Calibración de parámetros</i>	72
5.6.	<i>Simulación del modelo</i>	74
5.6.1.	<i>Escenarios de establecimiento de Cargos por Terminación considerados</i>	75

5.6.2. Evaluación de los Regímenes de establecimiento de Cargos por Terminación de llamadas en redes móviles	77
5.6.4. Comparación de escenarios de establecimiento por cargos: Recíproco_fijado_a la media de cargos vs Cargos_Híbridos vs Cargos No_Recíprocos.....	86
5.6.4.1. Segmento Pospago.....	86
5.6.4.2. Segmento Prepago	88
CONCLUSIONES	91
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
ANEXOS: Estimaciones de las Ecuaciones del Modelo	96
A.1. Estimación de cuotas de mercado (Función Logit-Multinomial).....	96
A.2. Estimación de Precio On-Net.....	99
A.3. Estimación de Precio Off-Net.....	101
A.4. Estimación de Pagos Mensuales y sus efectos sobre cuotas de mercado.....	102

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Proceso de establecimiento de cargos por terminación móvil	17
Figura 2: Conceptos tarifarios que intervienen en una llamada móvil.....	25
Figura 3: Aplicación Internacional de los escenarios de establecimiento de cargos por terminación.	28
Figura 4: Función de densidad – Doble exponencial (Laplace).	30
Figura 5: Función de distribución acumulada – Doble exponencial (Laplace).	30
Figura 6: Función de densidad – Logística.	31
Figura 7: Función de distribución acumulada – Logística	32
Figura 8: Función de densidad – Gumbel (Valor Extremo)	33
Figura 9: Función de distribución acumulada – Gumbel (Valor Extremo)	34
Figura 10: Evolución de la cantidad de líneas móviles y penetración del servicio	44
Figura 11: Evolución del Número de Líneas en servicio	45
Figura 12: Índices de Concentración en el Mercado de telefonía móvil.....	46
Figura 13: Evolución del Tráfico Entrante y Tráfico Originado	47
Figura 14: Dispersión georreferenciada del servicio móvil en el Perú	48
Figura 15: Desempeño del servicio de telefonía móvil.....	50
Figura 16: Evolución del equilibrio de precios on-net y off-net para distintos escenarios de establecimiento de cargos por terminación – Segmento Postpago	79
Figura 17: Evolución del equilibrio de pagos mensuales bajo distintos escenarios de establecimiento de cargos por terminación – Segmento postpago	81
Figura 18: Evolución de equilibrio de cuotas de mercado bajo diferentes escenarios de cargos por terminación – Segmento postpago	83
Figura 19: Evolución del equilibrio de ganancias por empresa bajo distintos escenarios de cargos por terminación – Segmento Postpago	84
Figura 20: Evolución de equilibrio de Excedente en el Consumidor bajo distintos regímenes de cargos por terminación – Segmento Postpago	85
Figura 21: Cambios en excedente en el consumidor y bienestar social	87
Figura 22: Evolución del nivel de Excedente en el Consumidor y Bienestar Total de la sociedad.....	89

RESUMEN

La presente tesis propone un modelo económico-matemático que simula el impacto de la ejecución de diferentes escenarios de establecimiento de cargos por terminación de llamadas sobre las redes de telefonía móvil en términos de variaciones del *excedente en los usuarios* y en el *bienestar de la sociedad*, con la finalidad de recomendar –en base a las características en las que se desenvuelve el mercado- el escenario de establecimiento de cargos que maximice el bienestar social.^[1] El análisis se realiza para diferentes grados de elasticidad-precio en la demanda y distintos niveles de externalidad de llamada. Además, se estiman los efectos que tienen estos escenarios sobre indicadores importantes que influyen en el bienestar como son: nivel de *precio (on-net y off-net)*, *pagos mensuales*, *cuotas de mercado*, *ganancias del operador*, entre otros.

Para esto, el modelo planteado cuenta con características particulares que son atribuibles para el servicio móvil en el Perú como: (i) *múltiples empresas*, (ii) *asimetrías en cuotas de mercado*, y (iii) *externalidades de llamada*. Adicionalmente, se incluye la función que tienen las expectativas de los usuarios. El modelo es aplicado por segmento de contratación (pospago y prepago) en el servicio móvil peruano.

Finalmente, también se demuestra que en mercados móviles como el peruano, en el que aún existe alta concentración de mercado (asimetrías en las cuotas de mercado) se sugiere establecer esquemas de cargos no_recíprocos. Aunque esta proposición puede variar si se reduce la concentración de mercado.

Palabras clave: Cargos por terminación, Telefonía Móvil, Bienestar, Simulación.

^[1] Para mayor detalle de los conceptos correspondientes a la teoría económica, revisar el capítulo referente al Marco Teórico y Conceptual, en el que se señalan conceptos como Excedente en el usuario, Bienestar Social, elasticidad precio de demanda, función de utilidad, entre otros.

ABSTRACT

This thesis proposes an economic-mathematical model that simulates the impact of the execution of different scenarios of establishment of charges for termination of calls on mobile telephone networks in terms of surplus variations in the consumer and in the welfare of society, with the purpose of recommending -based on the characteristics in which the market develops- the scenario of establishment of charges that maximize social welfare. The analysis is done for different degrees of elasticity-price in demand and different levels of call externality. In addition, the effects of these scenarios on important indicators that influence welfare are estimated, such as: price level (*on-net* and *off-net*), monthly payments, market shares, operator profits, among others.

For this, the proposed model has specific characteristics that are attributable to the mobile service in Peru, such as: *(i) multiple companies, (ii) asymmetries in market shares, and (iii) call externalities*. Additionally, the function that the expectations of the users have is included. The model is applied by contracting segment (postpaid and prepaid) in the Peruvian mobile service.

Finally, it is also shown that in mobile markets such as Peru, where there is still a high market concentration (asymmetries in market shares), it is suggested to establish scenarios of non-reciprocal charges. Although this proposition can vary if the market concentration is reduced.

Keywords: Termination charges, Mobile Telephony, Welfare, Simulation, Peru.

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

El pago por terminar una llamada de voz sobre una red de telefonía móvil es el monto que recibe un operador por la finalización dentro de su red de la llamada hecha por un usuario que pertenece a otro operador. Para la Unión Internacional de Telecomunicaciones (2009), este cargo corresponde al monto realizado por un operador a otro como compensación del uso de la red para derivar el tráfico finalizado en la red de esta última. En gran parte de casos, estos pagos por finalización móvil son establecidos por las autoridades reguladoras y el régimen de establecimiento que estas entidades implementen dependerá del grado de intensidad competitiva que exista en el servicio de telefonía móvil dentro de cada país.

En principio, como toda regulación realizada, la revisión de los cargos por finalización de llamadas móviles se realiza con el objeto de velar por los niveles de bienestar de los usuarios y por una competencia transparente y leal por parte de las operadoras en el mercado móvil. De acuerdo a los autores Harbord y Pagnozzi (2010) la motivación para seguir realizando regulaciones dirigidas a los pagos por finalización de llamadas sobre redes móviles es impedir cualquier distorsión sobre la estructura y niveles de precios, toda vez que estos influyen en el bienestar de los usuarios.

Como todo mecanismo de regulación de precios, el establecimiento de los cargos por terminación móvil sigue todo un procedimiento que comprende diversas

interacciones entre la autoridad de regulación y los operadores, sobre plazos ya fijados bajo una norma previa. Así, para el caso peruano en específico, este procedimiento de fijación de cargos consiste en una serie de discusiones y propuestas entre los operadores móviles y el Organismo Supervisor de Inversión Privada en Telecomunicaciones (OSIPTEL), las cuales son terminadas con una audiencia de carácter público para fines de los interesados en el tema. Los dos aspectos con mayor discusión comprendidos en una agenda de establecimiento de cargos por terminar llamadas sobre la red móvil son: *(i) la fijación de los valores de los niveles de los cargos correspondientes para cada operador, y (ii) la evaluación de las opciones de regímenes bajo las que se fijarán los cargos por terminación.*

- Respecto a lo señalado en (i), los operadores buscan garantizar la obtención de un cargo cuyo nivel sea el más elevado posible. Por su parte, la autoridad de regulación tiene conocimiento de que proponer mayores niveles de cargos por llamadas se derivan en precios minoristas (finales) más elevados, lo cual conlleva a una reducción del excedente en el usuario y, con ello, en el bienestar de la sociedad. A pesar de lo mencionado, varios estudios recientes demuestran que tal relación de cargos-precios-excedente en el usuario no siempre es válida (tal como señala Calzada (2005)).
- Respecto a lo señalado en (ii), la evidencia de otros países muestra la implementación de diversos escenarios para el establecimiento de cargos por terminación. Del amplio conjunto de escenarios de establecimiento de cargos, los más empleados por los organismos reguladores son los siguientes: (a) escenario con *cargos_recíprocos*, (b) escenario con *cargos_no_recíprocos*, (c) escenario con *cargos_diferenciados* entre operadores con menor cuota de mercado y operadores con mayor cuota de mercado, (d) escenario *cargo_recíproco* (establecido al menor nivel de costo entre las empresas operadoras) y (e) escenario *bill & keep*. Luego,

la aplicación de algún escenario de establecimiento de cargos dependerá del entorno en el que se desenvuelve el servicio de telefonía móvil y del propósito que buscan las autoridades de regulación.

Respecto al párrafo previo, esta tesis se orienta en hallar una solución a lo señalado en (ii); es decir, establecer una metodología que permita realizar estimaciones de los efectos generados por los diferentes escenarios de establecimiento de cargos referentes al excedente en el usuario y al bienestar total social^[3], tomando como referencia las condiciones y el entorno que existe en el servicio móvil en el Perú. Para ello, se recurre al planteamiento, calibración y simulación de un modelo económico que permita comparar entre los diferentes escenarios de establecimiento de cargos.

A fin de cumplir con el objetivo de la tesis, sobre la base de la teoría económica, los hechos estilizados, el entorno del mercado móvil peruano y las herramientas matemáticas-estadísticas (así como el uso de software estadístico-matemático), se propone un modelo matemático-económico, el cual estime los efectos generados de la aplicación de diferentes escenarios de establecimiento de cargos por terminación mantendrían respecto del *excedente en el usuario* y el *bienestar total social*. El modelo planteado en esta tesis está basado sobre el modelo desarrollado por Hurkens y López (2011).^[4]

El modelo considera a las tres empresas operadoras más grandes en el mercado móvil peruano, asimetrías en cuotas de mercado (extensión que da mucha más realidad al análisis desarrollado) e incluye el trabajo de las expectativas que incorporan los usuarios en sus decisiones. Las estimaciones efectuadas sobre la

^[3] Se considera como bienestar de la sociedad (o bienestar social) a la suma del excedente en el usuario y las ganancias de la empresa (ambos indicadores con la misma ponderación).

^[4] No obstante, dichos autores consideraron un modelo que refleja netamente la realidad europea, donde casi la totalidad de población contrata un plan de telefonía móvil en la modalidad contractual pospago o control. Por esta razón, el modelo será extendido para considerar la modalidad prepago, la cual dentro del contexto peruano responde al 71% de las líneas móviles en servicio.

comparación de los distintos escenarios de establecimientos de cargos por terminación se obtienen para diferentes grados de elasticidad-precio en la demanda (0.3, 0.5 y 0.7) y distintos parámetros de externalidad de llamada.

En adición, se simula la evolución que tendrían indicadores importantes tales como nivel de *precio (on-net y off-net*^[5]), *pagos mensuales*^[6], *cuotas de mercado y ganancias del operador*. Todo ello, para los distintos escenarios de establecimiento de cargos propuestos para esta tesis.^[7]

Particularmente, se recurre a la aplicación de técnicas avanzadas de optimización y al empleo de funciones de distribución (doble exponencial, Gumbel y Logit Multinomial), así como el planteamiento de una función de utilidad estocástica.

El modelo propuesto en esta tesis es calibrado sobre la base de las estadísticas incluidas en la información periódica reportada por los operadores como cumplimiento de las Resoluciones de Consejo Directivo del OSIPTEL (Resolución N° 050-2012-CD/OSIPTEL y Resolución N° 096-2015-CD/OSIPTEL) y las tarifas que las mismas empresas operadoras registran dentro del Sistema de Información de Registro de Tarifas (SIRT) del OSIPTEL.

^[5] Una llamada *on-net* es cuando el número telefónico al que está llamando un usuario pertenece al mismo proveedor del servicio (por ejemplo, la llamada realizada por un usuario de la Empresa A hacia otro usuario de la Empresa A). Mientras que una llamada *off-net* se da cuando el número telefónico al que está llamando un usuario pertenece a otra empresa operadora (por ejemplo, la llamada realizada por un usuario de la Empresa A hacia un usuario de la Empresa B). Por tanto, los precios *on-net* suelen ser siempre menores o iguales que los precios *off-net*.

^[6] Los pagos mensuales hacen referencia a las rentas que los usuarios de los planes en modalidad pospago y control pagan mensualmente a su empresa operadora por el servicio brindado.

^[7] Para mayor detalle sobre otros conceptos de corte económico (como elasticidad de demanda, externalidad de llamada, etc.) se debe revisar la sección 2.4 sobre conceptos fundamentales.

1.1. Situación Problemática

Los cargos por terminación móviles son establecidos, revisados y actualizados por el organismo regulador (o autoridad de competencia) en el sector de las telecomunicaciones de cada país para un periodo –que en promedio se encuentra- entre tres y cinco años. En el caso peruano, los cargos móviles son fijados por la autoridad de competencia el cual es el OSIPTEL, los mismos que se mantienen vigentes por un periodo de cuatro años.

Es necesario precisar que, previo al establecimiento de los cargos por terminación móviles se realizan audiencias públicas en donde las empresas operadoras y el organismo regulador señalan sus puntos de vista ante los cargos propuestos. En dichas audiencias se observa claramente dos fuerzas que se contraponen entre sí:

- (i) Por un lado, **las empresas operadoras** que pugnan por tener un mayor cargo de terminación móvil, lo que le permitiría obtener mayores ingresos cada vez que cualquier otra empresa operadora termine la llamada en su red; y la implementación del esquema de fijación con el que maximicen sus ganancias.
- (ii) Por otro lado, **los organismos reguladores** (como el OSIPTEL) que tienden por cargos hacia la baja (bajo el entendimiento de que menores valores en los cargos implican menores tarifas finales al usuario) y por maximizar el bienestar total de la sociedad.

Bajo esa línea de ideas, el desarrollo de la presente tesis es muy importante, toda vez que cualquier resultado obtenido refleja el impacto que tendría cada régimen de establecimiento de cargos directamente en torno a los resultados que evalúan el bienestar de los usuarios; asimismo, se observa el rol del organismo regulador

por implementar metodologías que simulen competencia en los mercados de telecomunicaciones.^[8]

Asimismo, es un tema novedoso en el sentido de que los desarrollos en el tema han sido a nivel teórico con muy pocos hechos estilizados (por ejemplo, Hurkens y López (2011)), probablemente por la dificultad que trae consigo la implementación y desarrollo del modelo, así como por la cantidad de información que se requiere para aplicarlo.

Finalmente, la tesis es viable debido a que se cuenta con la totalidad de los insumos necesarios que se requiere para el desarrollo de la investigación. Dichos insumos son extraídos –en su mayoría– de las fuentes de información con las que cuenta el OSIPTEL.

1.2. Formulación del Problema

El principal problema de la tesis se basa en plantear un modelo que permita al OSIPTEL (y en general, a cualquier organismo regulador o autoridad de competencia en el sector de las telecomunicaciones) elegir el esquema de fijación de cargos por terminación en redes de telefonía móvil que –dadas las características del mercado en el que se analice– maximice el bienestar total de la sociedad.

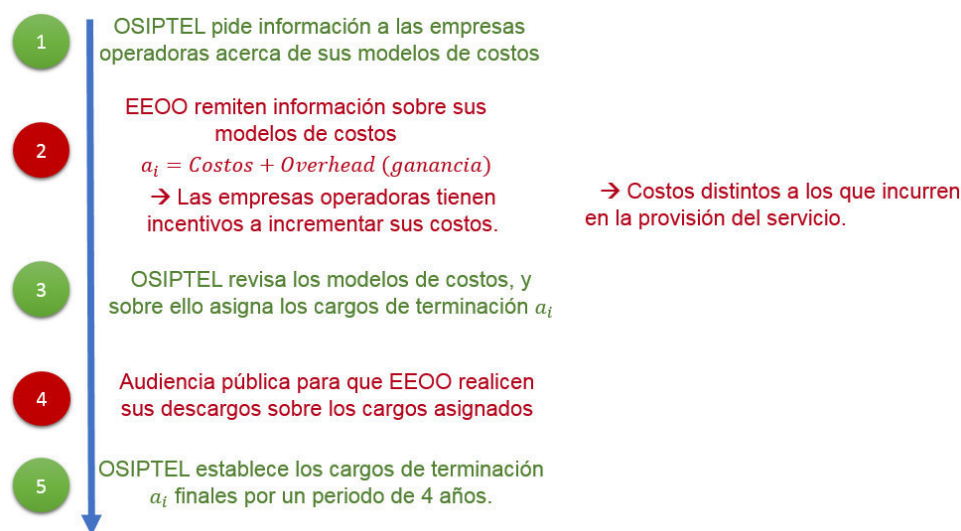
1.3. Justificación de la Investigación

^[8] La figura de organismos reguladores aparecen en sectores de la economía cuando existen fallas de mercado (situación que se produce cuando el mercado no es capaz de asignar los recursos de manera eficiente), y por tanto se debe velar por su correcto funcionamiento. Así, en sectores de despliegue de infraestructura, en el que intervienen comúnmente pocas empresas operadoras (oligopolio), el organismo regulador tiene como principal tarea crear un escenario en el que se simule la existencia de competencia perfecta.

Actualmente, cuando las autoridades reguladoras realizan revisiones a los cargos por finalización de llamada de voz –a fin de estimar los valores de cargos actuales– solicitan a las empresas operadoras información sobre sus modelos de costos, a fin de considerarlos como insumo para establecer un nuevo valor del cargo de terminación que no altere su equilibrio económico-financiero de corto y largo plazo.

No obstante, dado que el valor del cargo de terminación se compone de la suma del costo marginal^[9] y un *overhead* (o ganancia razonable); en muchos de los casos, las empresas operadoras tienen incentivos para introducir dentro de sus modelos de costos, otros conceptos de costos que no intervienen directamente en la provisión del servicio al usuario.^[10] Esta práctica es comúnmente realizada por las empresas operadoras con la finalidad de elevar su costo marginal de proveer el servicio y, así obtener un mayor valor (o nivel) del cargo de terminación.

Figura 1: Proceso de establecimiento de cargos por terminación móvil



Elaboración propia

^[9] El costo marginal es el costo adicional en el que incurre la empresa operadora por recibir en su red un minuto adicional de voz.

^[10] Por ejemplo, en algunos casos se han introducido -dentro del modelo de costos- conceptos como gastos en publicidad.

Por tanto, la justificación –teórica y práctica– para desarrollar la presente tesis es que, mediante el modelado, la calibración y la simulación, se puedan obtener resultados mucho más precisos que con cualquier otra metodología, así como comparaciones entre los diferentes regímenes de establecimiento de cargos existentes (los ya utilizados tradicionalmente por las autoridades reguladoras), o incluso con algún otro novedoso régimen de establecimiento adicional implementado.

Además, como se verá a lo largo del desarrollo de esta tesis, el escenario de establecimiento de cargos óptimo seleccionado a través de la metodología establecida corresponde a una situación Pareto-Eficiente.^[11] Esto es, no se puede mejorar la situación de algún agente (empresas o usuarios) sin empeorar la situación de otros agentes (usuarios o empresas).

1.4. Objetivos de la Investigación

1.4.1. Objetivo General.

Proponer un modelo económico con fundamentos estadísticos-matemáticos que permita comparar entre distintos escenarios de establecimiento de cargos por terminación de llamadas sobre la red móvil, con la finalidad de detectar aquel esquema de cargos que maximice el nivel de bienestar total social (régimen de cargos óptimo) dadas las características del mercado peruano.

^[11] El concepto de una situación Pareto-Eficiente se explica en la sección 2.3.3. de la presente tesis.

1.4.2. Objetivos Específicos.

- Predecir el dinamismo que tendrán variables como los precios, cuotas de mercado, excedente en el usuario y ganancias de las empresas, simulando la evaluación de los diversos regímenes de establecimiento de cargos por terminación de llamadas.
- Evaluar si existe algún régimen de establecimiento de cargos distinto a los esquemas tradicionales que conlleve a mejores resultados en términos de bienestar social.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

2.1. Antecedentes del Problema

2.1.1. Revisión de literatura sobre Impactos de los Cargos por Terminación en el Bienestar.

En la actualidad, la literatura respecto a los impactos generados por el nivel de cargo por finalización de llamadas sobre variables como excedente en el usuario, el bienestar total social y otras importantes; es basta y cubre distintas opiniones. Para una mayor profundización del tema puede consultarse Hoerning (2009), Harbord y Hoerning (2010) y Calzada y Valletti (2007). A diferencia de la literatura existente de los efectos generados por el nivel de cargo, no se encuentra muchos desarrollos acerca del efecto que genera la aplicación de diversos regímenes de establecimiento de cargos sobre las variables mencionadas.^[12]

Sin embargo, la literatura económica y las discusiones académicas (y no académicas) relacionadas a cargos por terminación móvil que surgen en las audiencias públicas se centran principalmente en: (i) cuáles deben ser los niveles de cargos por terminación actuales, (ii) cómo se llegará a los nuevos cargos por

^[12] Esto puede parecer contradictorio, en el sentido de que las empresas operadoras en muchas ocasiones (o casi siempre) se preocupan por el tipo de esquema más que el nivel del cargo.

terminación (esto es, si existiría algún tipo de gradualidad en el nivel del cargo) y (ii) qué régimen de cargos de llamadas debería aplicarse.^[13]

- (i) En relación a los niveles de cargos por terminación, la literatura económica sostiene que menores cargos por terminación conlleva a una reducción casi inmediata de los precios finales al usuario, lo cual repercute directa y positivamente sobre el nivel bienestar de los consumidores y sobre el aumento de la intensidad competitiva entre los operadores. Esto garantiza que las ganancias en eficiencia por parte de las empresas operadoras se trasladen directamente hacia los usuarios. Al respecto, Harbord y Hoerning (2013) demostraron que las reducciones en los cargos por terminación móvil incrementan el nivel de bienestar en el corto plazo en los mercados de telefonía móvil, e incluso en el mercado de la telefonía fija.

Por otro lado, las últimas investigaciones señalan que cargos más bajos no están relacionados necesariamente con menores precios finales; sino que por el contrario, las empresas encontrarían diversas formas de recuperar las reducciones en el concepto de ingresos por cargos a través de disminuciones en los subsidios de equipos terminales o aumentos en otros precios no-regulados. A esta compensación se le denomina *waterbed effect* (*efecto cama de agua*). Al respecto, es preciso mencionar que diversos autores –por ejemplo, Hurkens y López (2011)– sostienen que si bien los organismos reguladores no descartan la posible existencia de un efecto cama de agua, la magnitud de este efecto es muy debatida o no tendría efectos relevantes en el desarrollo del mercado, principalmente debido a los altos niveles de competencia que existe en el servicio.

- (ii) En relación a qué esquema de fijación cargos se debería implementar, es preciso señalar que no existe unanimidad (o una regla general) para conjeturar cuál es el esquema fijación de cargos más eficiente en términos

^[13] Sobre este último punto no existen muchas investigaciones.

de bienestar. La respuesta a esta pregunta debe basarse en el desempeño que tiene el mercado de telefonía móvil en cada país que desea analizarse.

Sobre la base de los distintos cargos, en términos generales, los hechos estilizados señalan que el esquema de fijación de cargos por terminación que permite obtener el mayor incremento en el bienestar es el *bill & keep*.^[14] La implementación este último esquema de fijación de cargos – tal como sostienen diversos autores, entre ellos: Berger (2004), De Graba (2003), Littlechild (2006), Quigley y Vogelsang (2003) y Valetti y Houppis (2005)– debería direccionar al mercado hacia una estructura de precios minorista y mayorista más óptima, reducir las barreras a la entrada causadas por los efectos de red de las empresas con mayor participación, incrementar los niveles de bienestar de la sociedad así como los niveles de intensidad competitiva entre las empresas dentro del mercado móvil. A pesar de los efectos mencionados, el esquema *bill & keep* es considerado como “*la etapa final*” de los esquemas de fijación cargos. De hecho, actualmente son muy pocos los países que han llegado a establecer este tipo de esquema de fijación de cargos.^[15]

Otro tipo de esquema de fijación son los *cargos no_recíprocos*.^[16] Este tipo de esquema permite: (i) obtener ganancias de manera transitoria; y, (ii) fortalecer la intensidad competitiva entre las empresas que contarían con la potencialidad de poder cobrar un cargo más elevado, con lo cual mejora los niveles de competencia de largo plazo en beneficio de los usuarios. De

^[14] *Bill & keep* (también conocido como pago neto cero), es un acuerdo de precios para la interconexión (directa o indirecta) de dos redes de telecomunicaciones en las que el cargo de terminación recíproca de llamadas es cero.

^[15] En la sección sobre experiencia internacional respecto a la fijación de cargos por terminación se mencionarán los países que han venido adoptando este esquema de *bill & keep*.

^[16] Los *cargos no_recíprocos* es aquel escenario en el que el organismo regulador fija diferentes valores de cargo de terminación para cada una de las empresas. Por el contrario, los *cargos-recíprocos* es aquel escenario donde se establece un valor igual del cargo a todos los operadores, sin considerar variables relevantes como la cuota de mercado.

acuerdo a estudios realizados respecto a los efectos sobre el excedente en el usuario y el bienestar social, Peitz (2005) señaló que el esquema de fijación de *cargos no_recíprocos* estimula el ingreso de nuevos operadores al mercado como el incremento del excedente en el usuario.

De Beijl y Peitz (2002) consideraron que los organismos reguladores deben enfocarse sobre dos objetivos principales: (i) incentivar el ingreso de nuevos operadores al mercado a fin de incrementar los niveles de intensidad competitiva, lo cual conlleva a que estas puedan recaudar ganancias aún luego de haber realizado sus inversiones iniciales de despliegue de infraestructura, y (ii) aumentar el bienestar de los consumidores, para lo cual se requieren precios más bajos. Ambos objetivos –aunque parezcan contradictorios– se pueden alcanzar con un esquema de *cargos no_recíprocos* que converjan gradualmente hacia *cargos_recíprocos*. Por su parte, Calzada (2004), se señala que si bien los cargos deberían fijarse a costos, ante la existencia de cuotas de mercado muy distintas sería recomendable establecer un esquema de *cargos no_recíprocos*.

Tal como se evidencia en la recopilación de la literatura señalada en los párrafos precedentes, todavía no existe un consenso sobre cuál es el escenario óptimo de establecimiento de cargos. Tampoco existe un escenario único permanente para cada país, sino que este estará en función del contexto del mercado en el instante que se evalúa la determinación de cargos.

Es preciso señalar que el servicio de telefonía móvil en el Perú aún no cuenta con un contexto en el que se pueda promover un régimen de establecimiento de cargos como el *bill & keep*.^[17] Por tanto, se considera necesario evaluar varios

^[17] En el Perú no es posible aplicar el escenario de cargos por llamada *bill & keep*, debido a la existencia de una “relativa” alta concentración de mercado. Esto quiere decir que aún existe variabilidad entre las cuotas de mercado de las operadoras. De igual modo, actualmente son

regímenes de cargos, enfocándose todavía hacia un régimen de establecimiento de *cargos_recíprocos* igual a costo. Por este motivo, en el Capítulo 5 se muestra el modelo propuesto con el objeto de hallar el escenario de establecimiento de cargos más eficiente para el servicio móvil peruano.

En adición, es necesario mencionar que gran parte de las investigaciones realizadas respecto a este tema consideran los primeros trabajos desarrollados por Armstrong (1998) y Laffont, Rey y Tirole (1998); los cuales a pesar de brindar una amplia y sólida teoría, emplean cualidades como tarifas lineales, empresas simétricas que compiten en tarifas, homogenización en la demanda de los usuarios, reciprocidad en los cargos por terminación y tarifas no-discriminatorias, las cuales actualmente se encuentran lejos del contexto del mercado móvil peruano. Por tal razón, se introducen cambios a los modelos estándares con el objetivo de reflejar adecuadamente las cualidades en el mercado.

2.1.2. Conceptos tarifarios que intervienen en una llamada

Con el objeto de señalar cada uno de los conceptos tarifarios que intervienen en la realización de una llamada se muestra la Figura 2. Dicha figura considera dos escenarios de llamada (llamadas *on-net* y llamadas *off-net*) y tres empresas operadoras.

En el caso de llamadas *on-net* (llamadas desde un número telefónico que tiene como destino un número telefónico de la misma red).

Por ejemplo, si un usuario de la empresa operadora 1 realiza una llamada a un usuario de la misma empresa, se generará por parte de dicha empresa un costo de originación de llamada ($C_{orig.1}$) y un costo de terminación de llamada ($C_{term.1}$). En base a estos costos, la empresa

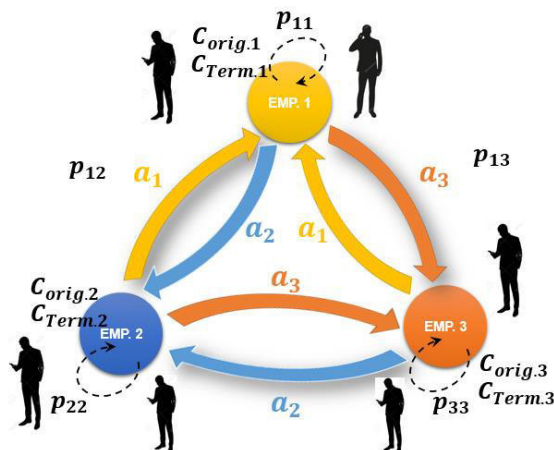
pocos los países que han implementado este esquema, y los que lo han hecho han presentado un mercado móvil más maduro que el peruano.

operadora cobrará al usuario un precio por minuto (p_{11}) por la realización de la llamada. De la misma manera sucederá cuando los usuarios de las empresas operadoras 2 y 3 necesiten realizar llamadas a usuarios de su misma red.

- **En el caso de llamadas off-net** (llamadas desde un número telefónico que tiene como destino un número telefónico de otra red).

Por ejemplo, si un usuario de la empresa operadora 1 realiza una llamada a un usuario de otra empresa operadora (dígase empresa operadora 2), se generará por parte de la empresa operadora 1 un costo de originación de llamada ($C_{orig.1}$) y, por parte de la empresa operadora 2 un costo de terminación de llamada ($C_{term.2}$). De este modo, al existir este costo de terminación de llamada, la empresa operadora 2 deberá recibir un pago por parte de la empresa operadora 1 (monto igual al cargo de terminación que el OSIPTEL le asignó (a_2)). Luego, la empresa operadora 1 cobrará al usuario un precio por minuto (p_{12}) por la realización de la llamada hacia un número telefónico de la empresa operadora 2. De la misma manera sucederá cuando un usuario de la empresa operadora i realice una llamada telefónica a un usuario de la empresa operadora j . (Ver Figura 2).

Figura 2: Conceptos tarifarios que intervienen en una llamada móvil



2.1.3. Hechos estilizados en la implementación de escenarios de establecimiento de Cargos de llamada.

La evidencia empírica internacional muestra que las autoridades de competencia en materia de regulación son propensas a disminuir los niveles de cargos. Esto, con el propósito de que las empresas operadoras reflejen o “*sinceren*” los verdaderos costos que incurre directamente en la provisión del servicio (esto es, *cargo igual al costo*).

Según la Unión Europea (2009), respecto a “*El tratamiento normativo de las tarifas de terminación de la telefonía fija y móvil en la UE*” señala que el diseño que iguala el *cargo al costo* es considerado como un escalón anterior a la implementación del diseño *bill & keep*. Para conocimiento, con el *bill & keep* los cargos por terminación serían nulos.

Tal como afirma la literatura relacionada a fijación de cargos, el sistema de cobro *bill & keep* es el régimen de cargos al cual debería de converger la mayoría de autoridades de regulación, puesto que optimiza el bienestar total social. Sobre este último punto, la literatura económica sugiere que el *bill & keep* se debería implementar después de un diseño en el que se iguale el *cargo al costo*. No obstante, como se mencionó anteriormente, actualmente son muy pocos las autoridades reguladoras que cuentan con un régimen de establecimiento *bill & keep* (por ejemplo, Nueva Zelanda). Mayor información referente a este punto puede encontrarse en el documento desarrollado por Harbord y Hoernig (2013).

Asimismo, se debe evidenciar que la mayor parte de las autoridades regulatorias ni siquiera han optado por el régimen anterior al *bill & keep* (es decir, un escenario que *iguale el cargo al costo*) y, por tanto, cuentan con diferentes escenarios de cargos de llamadas móviles (por ejemplo, escenario de *cargos diferentes para cada empresa operadora*). Inclusive, llama la atención cómo algunas autoridades de competencia que ya habiendo establecido un escenario de *cargos igualados*

al costo, por razones del desenvolvimiento del mercado han tenido la necesidad de fijar nuevamente –de forma transitoria- un escenario de establecimiento de cargos distintos para cada operadora (*no-recíprocos*).^[18]

Por su parte, la autoridad de competencia en México dictaminó que la empresa América Móvil mantenía poder de mercado en el servicio de telefonía móvil, por lo que sería necesario que a dicha empresa se le fije un diseño de cargos de *bill & keep* antes que el resto de empresas competidoras.

En el continente europeo, la comisión asociada a temas de telecomunicaciones sugirió un escenario de fijación de cargos en el que estos se igualen al costo; a pesar de ello, un escenario de *cargos no_recíprocos* podría ser aceptable cuando ocurra: (i) atribución de diferentes bandas de frecuencias en el espectro radioeléctrico para las empresas operadoras o (ii) la entrada de una empresa tardía al mercado, la cual se encuentra en desventaja frente al resto de empresas operadoras ya establecidas (a fin de dar un incentivo al ingreso de nuevos operadores para promover la intensidad competitiva en el mercado en cuestión).^[19]

A diferencia de lo expuesto anteriormente, en el que el escenario de fijación y los niveles de cargos son determinados por la autoridad de competencia, son relativamente pocas las autoridades que permiten que las mismas empresas

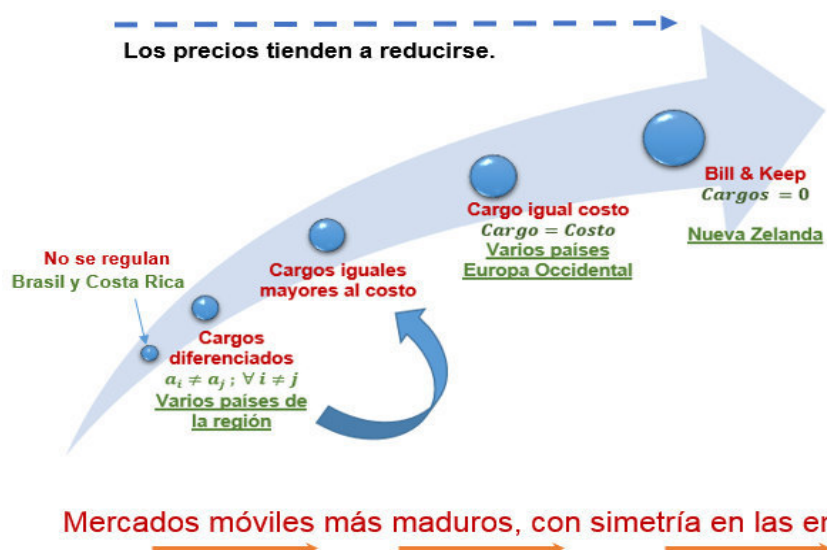
^[18] Durante el año 2013, Colombia subastó parte de su espectro para ofrecer servicios bajo tecnología 4G. Esta subasta originó el ingreso de nuevas empresas que operen en el mercado móvil. Esta desventaja de competencia entre una empresa entrante contra empresas ya establecidas llevó a que el organismo regulador replantee el diseño de cargos fijado, procediendo a revisar las condiciones de mercado. De este modo, considerando el mercado de telefonía móvil vigente en dicho momento, la autoridad de competencia manifestó su interés en establecer un diseño de cargos diferentes para cada empresa operadoras (*cargos no_recíprocos*).

^[19] Por ejemplo, Yoigo, empresa que opera en España ingresó tardíamente al mercado, compitiendo con empresas ya establecidas. Por dicha razón, la autoridad de competencia española planteó un diseño de cargos distintos en el que Yoigo mantenía un cargo mayor que el cargo único asignado al resto de empresas operadoras (*cargos no_recíprocos*). Esto siguiendo el objeto de incrementar la intensidad en la competencia por parte de las operadoras.

operadoras acuerden los niveles de cargos por terminación a cobrarse entre ellas. En estos casos, la autoridad de competencia solo interviene cuando existen desacuerdos; esto con el objetivo de establecer los cargos de referencia.^[20]

En adición, el aprendizaje en las regulaciones de los cargos por terminación así como la maduración de los mercados ha llevado a que los organismos reguladores hayan cambiado su perspectiva de la regulación de los cargos. Por ejemplo, actualmente existen novedosas metodologías de costos que conllevan a disminuir los niveles de cargo de manera drástica. La Figura 3 muestra los esquemas de fijación de cargos que más se aplican en los países donde existe este tipo de regulación. Así, un esquema de cargos ubicado más hacia la derecha es sinónimo de que el mercado es más maduro.

Figura 3: Aplicación Internacional de los escenarios de establecimiento de cargos por terminación.



Elaboración propia.

^[20] A pesar de esto, al cierre del semestre 2014-IV, la autoridad de competencia brasileña dictaminó directrices a fin de disminuir –en el lapso de cinco (5) años– el nivel del cargo por encima del 90%.

Para más detalle ver:

<http://www.culleninternational.com/product/documents/sections/?section=0141ebe1-9237-4afb-ab6e-036ab3c8e78a&orderBy=country&uniqueNumber=B5TELN20140003>

No obstante, algunas potencias mundiales como Estados Unidos y China, a pesar de presentar mercados mucho más maduros que los países de la región, aún tienen establecidos esquemas de fijación de *cargos igual al costo*.

De acuerdo a lo mencionado líneas arriba, los casos mencionados dan cuenta de que el entorno bajo el que se desarrolla el servicio de telefonía móvil dentro de un país es un factor esencial para la decisión de la autoridad de regulación al momento de actualizar el valor del cargo móvil o evaluar el escenarios de establecimiento de cargos.

2.2. Bases Teóricas Estadísticas

2.2.1. Función de distribución doble exponencial (o de Laplace)

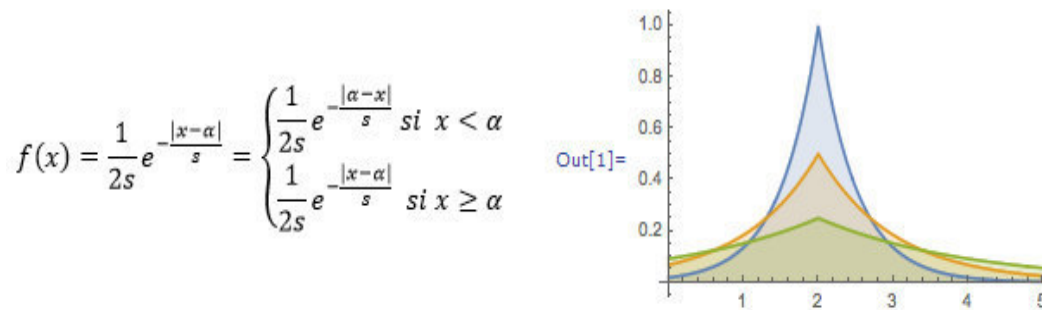
La distribución de Laplace es una densidad de probabilidad continua que resulta de la diferencia de dos variables exponenciales aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas. Asimismo, esta distribución está compuesta por dos funciones de distribución exponencial idénticas con signo diferente. Es por tal razón que a veces se le llama distribución doble exponencial.

Una variable $X \rightarrow L[\lambda; \alpha]$ para $X \in [-\infty, +\infty]$ sigue una distribución de Laplace si su función de densidad de probabilidad es: $f(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x-\alpha|}$ siendo $\lambda > 0$, $\alpha \in [-\infty, \infty]$, $\lambda = \frac{1}{s}$, siendo s el parámetro-escala y α la ubicación. Entre sus principales estadísticos se encuentran:

- Valor promedio, valor mediano y valor modal son iguales a α .

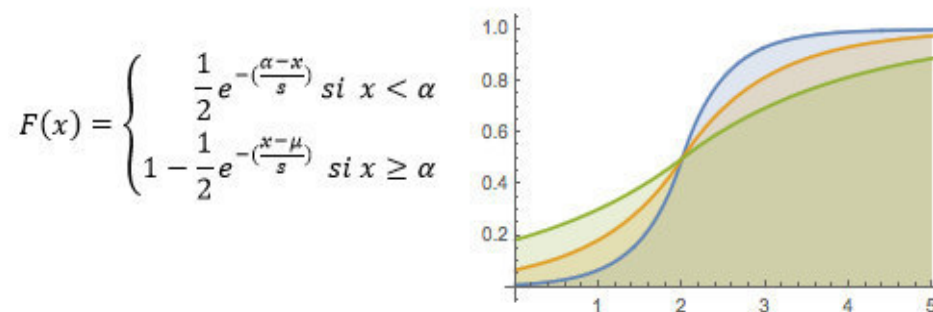
- Varianza en la distribución de Laplace $x \rightarrow L[\lambda; \alpha]$ para $x \in [-\infty, \infty]$ donde el parámetro asociado a la escala es S , en la que $\lambda = \frac{1}{S}$ y $Var[x] = \sigma^2 = \frac{2}{\lambda^2}$ representa la varianza de la distribución $x \rightarrow L[S; \alpha]$ para $x \in [-\infty, \infty]$.

Figura 4: Función de densidad – Doble exponencial (Laplace).^[21]



Fuente. Wolfram- Mathematica. Elaboración propia.

Figura 5: Función de distribución acumulada – Doble exponencial (Laplace).^[22]



Fuente. Wolfram- Mathematica. Elaboración propia.

^[21] En software mathematica, la entrada sería:

Plot[Evaluate@Table[PDF[LaplaceDistribution[2, β], x], { β , {0.5, 1, 2}}], { x , 0, 5}, Filling → Axis, PlotRange → All, Exclusions → None]

^[22] En software mathematica, la entrada sería:

Plot[Evaluate@Table[CDF[LaplaceDistribution[2, β], x], { β , {0.5, 1, 2}}], { x , 0, 5}, Exclusions → None, Filling → Axis, PlotRange → All]

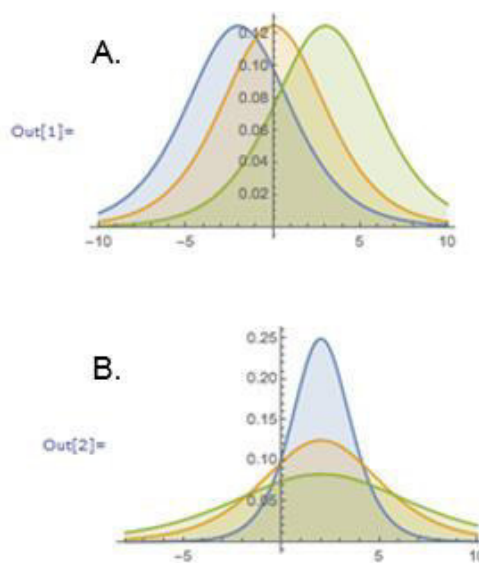
2.2.2. Función de distribución Logística

La función de distribución logística representa un modelo de probabilidad dentro de la familia de funciones de distribución continuas. Esta función de distribución fue analizada por Pierre Verhulst (1838), en base a su trabajo en “*Notice sur la loi que la population poursuit dans accroissement*”. Esta función apareció en el marco de las regresiones logísticas. La distribución logística viene explicitada por dos parámetros $(\alpha; \beta)$, donde α es el promedio y β es el parámetro-escala.

Donde la función densidad para $-\infty < x < \infty$ es como muestra la siguiente figura:

Figura 6: Función de densidad – Logística.^[23]

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}{\beta \left(1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}\right)^2}$$



Fuente. Wolfram-Mathematica. Elaboración propia.

^[23] Para obtener la función de densidad tipo A, la entrada en el software Mathematica sería:
`Plot[Evaluate@Table[PDF[LogisticDistribution[μ, 2], x], {μ, {-2,0,3}}, {x, -10,10}, Filling → Axis]`
 Para la función tipo B sería:
`Plot[Evaluate@Table[PDF[LogisticDistribution[2, β], x], {β, {1,2,3}}, {x, -8,10}, Filling → Axis]`

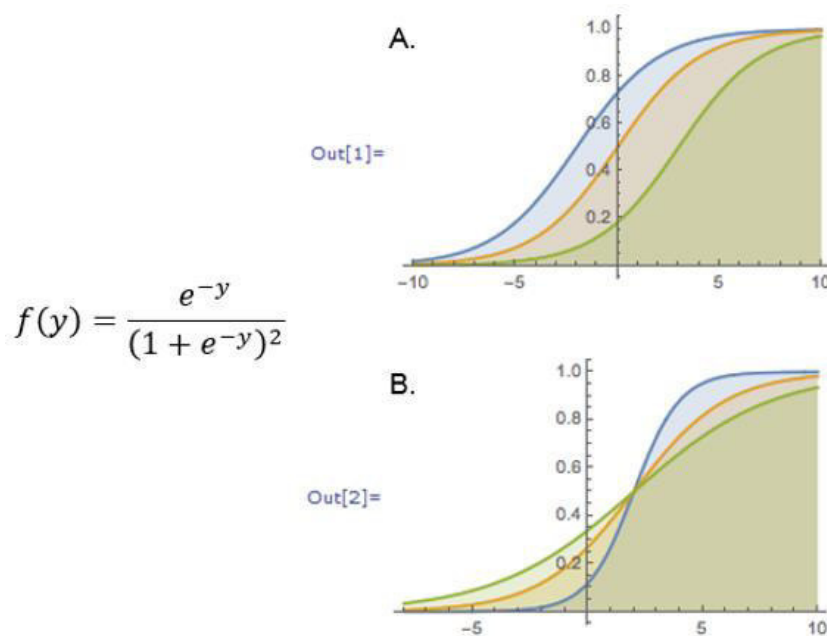
Siendo su función de distribución acumulada para $-\infty < x < \infty$ igual a:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}$$

Realizando un cambio de variable $y = \frac{x-\alpha}{\beta}$ se llega hacia la distribución Logística

estandarizada, cuya función de cuantía será $f(y) = \frac{e^{-y}}{(1+e^{-y})^2}$

Figura 7: Función de distribución acumulada – Logística^[24]



Fuente. Wolfram- Mathematica. Elaboración propia.

^[24] Para obtener la función de distribución acumulada tipo A, la entrada en el software Mathematica sería:

Plot[Evaluate@Table[CDF[LogisticDistribution[μ, 2], x], {μ, {-2, 0, 3}}, {x, -10, 10}, Filling → Axis]

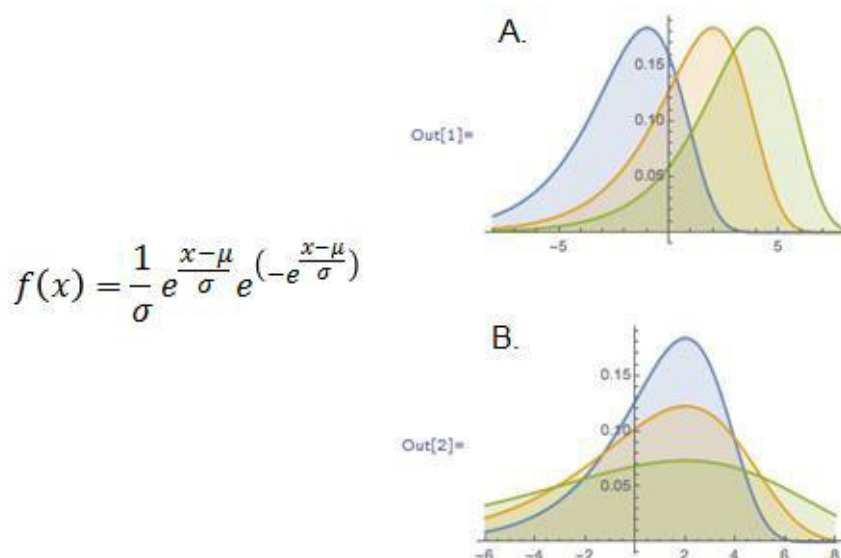
Para obtener la función de distribución acumulada tipo B, la entrada en el software Mathematica sería:

Plot[Evaluate@Table[CDF[LogisticDistribution[2, β], x], {β, {1, 2, 3}}, {x, -8, 10}, Filling → Axis]

2.2.3. Función de distribución de Gumbel (o valor extremo)

La función de distribución de Gumbel o de valor extremo es relevante porque permite modelar las probabilidades de valores extremos. La variable aleatoria está definida para todo $-\infty < x < \infty$. Luego, definiendo los siguientes estadísticos: μ = valor modal (parámetro-localización) y σ = parámetro-escala.

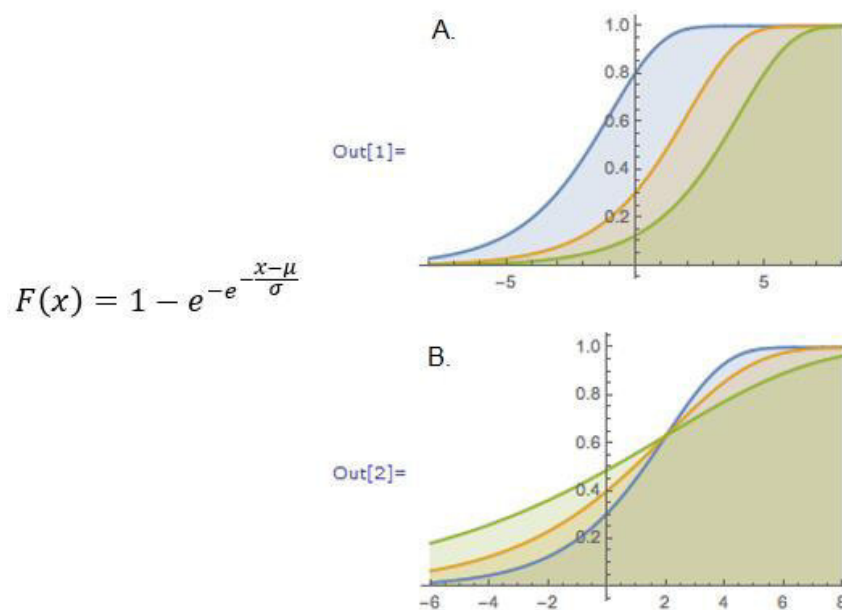
Figura 8: Función de densidad – Gumbel (Valor Extremo)^[25]



Fuente: Wolfram- Mathematica. Elaboración propia.

Mientras que, gráficamente su función de distribución acumulada o función de cuantía viene dada por la Figura 9).

^[25] Para obtener la función de densidad tipo A, la entrada en el software Mathematica sería:
`Plot[Evaluate@Table[PDF[GumbelDistribution[α , 2], x], { α , {-1,2,4}}, {x, -8,8}, Filling → Axis]`
 Para obtener la función de densidad tipo B, la entrada en el software Mathematica sería:
`Plot[Evaluate@Table[PDF[GumbelDistribution[2, β], x], { β , {2,3,5}}, {x, -6,8}, Filling → Axis]`

Figura 9: Función de distribución acumulada – Gumbel (Valor Extremo)^[26]

Fuente: Wolfram-Mathematica. Elaboración propia.

- Esperanza: $E[x] = \mu + \gamma\sigma$; siendo $\gamma = cte. Euler = Mascheroni \cong 0.577$.
- Valor modal es igual al parámetro μ .
- Por su parte, la varianza de la distribución es: $Var[X] = \frac{\pi^2}{6} \sigma^2$.

Asimismo, existe la distribución de Gumbel estándar, cuando $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, en la que su función de densidad y de distribución: $f(t) = e^{-x}e^{-e^{-x}}$ y $F(x) = e^{-e^{-x}}$.

^[26] Para obtener la función de distribución acumulada tipo A, la entrada en el software Mathematica sería:
`Plot[Evaluate@Table[CDF[GumbelDistribution[α , 2], x], { α , {-1, 2, 4}}, {x, -8, 8}, Filling \rightarrow Axis]`

2.2.4. Función de distribución Logit-Multinomial

La función de distribución Logit-Multinomial es uno de los modelos más utilizados en trabajos aplicados en el campo de la teoría económica. Bajo esta función de distribución los valores asociados a las variables explicativas cambian sobre cada individuo pero permanecen constantes sobre cualquier opción. Por ello, no es posible observar el impacto de la variable para cada opción (aunque puede introducirse variables ficticias multiplicando los valores de W_i que corresponde a cada opción). A fin de no contar con problemas sobre singularidad, la cantidad de variables ficticias que se incluyen en el modelo es igual a la cantidad de opciones descontado uno ($J - 1$).

Una función Logit-Multinomial se representa por la expresión:

$$Prob(Y_i = j) = P_{ij} = \frac{e^{b_j'X_i}}{\sum_{j=0}^{J-1} e^{b_j'X_i}} ;$$

en el que j es el índice relacionado a cada alternativa y está indexado desde 0 hasta $(J-1)$. Las ecuaciones calculadas brindan un conjunto de probabilidades para cada opción posible para el individuo i y contenga X_i como características particulares.

En el caso de los modelos Logit Multinomiales siempre existen indeterminaciones al momento de estimar los valores a los parámetros. Con el objetivo de dar solución a este inconveniente se suele normalizar el modelo tratado considerando para los parámetros asociados a la alternativa cero un valor de cero, es decir $b_0 = 0$. Con esto las probabilidades solución serían:

$$Prob(Y_i = j) = \frac{e^{b_j'X_i}}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} e^{b_j'X_i}} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, (J - 1) ;$$

$$Prob(Y_i = 0) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} e^{b_j'X_i}} \quad \text{para } j = 0 ;$$

Lo anterior lleva al cumplimiento de:

$$\sum_{j=0}^{J-1} P_j = 1.$$

En el caso simple de un modelo donde la variable endógena cuenta con tres opciones posibles de elección y únicamente se cuenta con una variable exógena, la probabilidad correspondiente para cada una de dichas opciones de elección vendrían dadas por las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{1 + e^{a_1+b_1X_i} + e^{a_2+b_2X_i}} ; \\ P_1 &= \frac{e^{a_1+b_1X_i}}{1 + e^{a_1+b_1X_i} + e^{a_2+b_2X_i}} ; \\ P_2 &= \frac{e^{a_2+b_2X_i}}{1 + e^{a_1+b_1X_i} + e^{a_2+b_2X_i}} ; \end{aligned}$$

donde $P_0 + P_1 + P_2 = 1$.

2.3. Bases Teóricas Económicas

2.3.1. Excedente en el Usuario

El excedente en el usuario –conjuntamente con el excedente en el productor– es un instrumento muy útil para estimar las variaciones en los niveles de bienestar

que enfrenta la sociedad. En efecto, este se estima como la brecha entre la disposición a pagar de los usuarios por cierta cantidad de bien o servicio y lo que realmente pagan.

En términos generales, si $x(p)$ es la función de demanda para algún tipo de bien o servicio (en términos de su precio), luego el excedente en el usuario correspondiente a una variación en el precio de p^0 a p^1 vendría dado por:

$$EC = \int_{p^0}^{p^1} x(t)dt$$

Esto es simplemente la integral definida correspondiente al área debajo de la curva de demanda limitada entre p^0 y p^1 . Al respecto, resulta que cuando las preferencias de los consumidores pueden ser representadas por una función de utilidad cuasilineal, el excedente en el usuario refleja exactamente la variación en el nivel de bienestar del consumidor.

Para la presente tesis se emplea el excedente en el usuario tal como fue planteado por Mc Fadden (1977) con ligeras modificaciones.^[27]

$$\frac{(\Delta E)}{N} = -\left(\frac{1}{\lambda}\right) \left[\ln \sum_j \exp(W_j) \right]_{w_1^0}^{w_1^f}$$

Donde: W_j es un vector de precios e ingresos.

2.3.2. Función de Utilidad Directa y canasta de consumo óptimo

^[27] En el desarrollo del modelo y los futuros anexos, se explicará y se demostrará porqué la aplicación de esta forma del excedente en el usuario.

Las preferencias de los consumidores (\succeq) indican solo un ordenamiento de los gustos por cada canasta de consumo de bienes. De acuerdo a Mas-Colell, Whinston y Green (1995) una relación de preferencia (\succeq) sobre X es:

- **Racional**, si posee las siguientes dos propiedades:
 - *Complejitud*: Para todo $x, y \in X$, se tiene que $x \succeq y$ o $y \succeq x$ (o ambos).
 - *Transitividad*: Para todo $x, y, z \in X$, si $x \succeq y$ y $y \succeq z$, luego $x \succeq z$.
- **Monótona**, si $x \in X$ y $y \gg x$ implica $y \succ x$. Este es fuertemente monótono si $y \geq x$ y $y \neq x$ implica que $y \succ x$.^[28]
- **Continua**, si para cualquier secuencia de pares $\{(x^n, y^n)\}_{n=1}^{\infty}$ con $x^n \succeq y^n$ para todo n , $x = \lim_{n \rightarrow \infty} x^n$, y $y = \lim_{n \rightarrow \infty} y^n$, se tiene que $x \succeq y$.
- **Localmente no saciada**, si para cada $x \in X$ y cada $\varepsilon > 0$, existe $y \in X$ tal que $\|y - x\| \leq \varepsilon$ y $y \succ x$.

No obstante, esto es mucho más manejable si se utiliza una representación funcional. Esta representación recibe el nombre de función utilidad. Todas las proposiciones y teoremas que se citan en esta sección fueron extraídos también de Mas-Colell, Whinston y Green (1995).

Definición de Utilidad: Una función $u: \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ es una utilidad que representa a las preferencias \succeq si: $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^L$:

$$x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

Proposición: Si $u: \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ representa a \succeq y $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es estrictamente creciente en el rango de u , entonces $v = f \circ u$ también representa a \succeq .

^[28] El símbolo \gg significa “estrictamente superior a”. Así, $y \gg x$ hace referencia a que y es estrictamente superior a x en cada uno de sus componentes.

Proposición: Si $u: \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ representa a \succeq , entonces \succeq es racional.

Por tanto, el problema del consumidor de elegir su canasta de consumo preferida en el conjunto de presupuesto walrasiano dados los precios $p \gg 0$ y el nivel de riqueza $w > 0$ puede ser planteado como el siguiente problema de maximización de utilidad:

$$\begin{array}{ll} \max_{x \geq 0} u(x) \\ \text{sujeto a:} & p \cdot x \leq w \end{array}$$

Es decir el consumidor elige una canasta de consumo en el conjunto de presupuesto walrasiano $B_{p,w} = \{x \in \mathbb{R}_+^L : p \cdot x \leq w\}$ para maximizar su nivel de utilidad.

Teorema: Toda preferencia \succeq racional, continua y monótona es representable por una función de utilidad $u: \mathbb{R}_+^L \rightarrow \mathbb{R}$ continua.

Teorema: Toda preferencia \succeq racional y continua sobre un subconjunto X de un espacio topológico con una base contable de abiertos es representable por una función de utilidad continua.

Proposición: Si $p \gg 0$ y $u(\cdot)$ es continua, entonces el problema de maximización de utilidad tiene una solución.

Luego, la regla que asigna el conjunto de vectores de consumo óptimos (en el proceso de optimización de utilidad en cada situación precio-riqueza (p, w)) es denotado por $x(p, w) \in \mathbb{R}_+^L$, y es conocida como la correspondencia de demanda walrasiana. Esta función de demanda walrasiana presenta las propiedades mostradas en la siguiente proposición:

Proposición: Bajo el supuesto de que $u(\cdot)$ es una función de utilidad continua representando una relación de preferencia localmente no saciada \succeq definida sobre el conjunto de consumo $X = \mathbb{R}_+^L$, luego la función de demanda walrasiana tiene las siguientes propiedades:

- Función homogénea de grado cero en precios e ingreso.

$$\{x \in \mathbb{R}_+^L : \alpha p \cdot x \leq \alpha w\} = \{x \in \mathbb{R}_+^L : p \cdot x \leq w\}$$

- Se cumple la Ley de Walras $p \cdot x \leq w$ para todo $x \in x(p, w)$
- Unicidad/Convexidad: Si \succeq es convexo, es decir $u(\cdot)$ es cuasi-cóncava, luego $x(p, w)$ es un conjunto convexo. Además, si \succeq es estrictamente convexo, es decir $u(\cdot)$ es estrictamente cuasi-cóncava^[29], luego $x(p, w)$ presenta una única solución

2.3.3. Teoremas del Bienestar: Situación Paretiana.

El óptimo de Pareto es una situación en la que no es posible beneficiar a alguien sin perjudicar a otro. Así, Pareto encontró una solución que a través del Óptimo, la más alta satisfacción conjunta se alcanza cuando ningún consumidor puede mejorar su nivel de bienestar sin que otro consumidor se vea perjudicado.

- Primer Teorema de Bienestar:

El primer teorema fundamental del bienestar económico menciona las condiciones bajo las cuales cualquier precio de equilibrio con transferencias, y en particular cualquier equilibrio Walrasiano es un Óptimo de Pareto.

^[29] Una función $F: X \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es estrictamente cuasi-cóncava si para todo $x, y \in X$ y cualquier $\lambda \in (0, 1)$ se verifica que: $x_i \succeq_i x'_i \rightarrow \lambda x_i + (1 - \lambda)x'_i \succ_i x'_i$

Proposición: “Si las preferencias son no saciadas localmente, y si (x^*, y^*, p) es un precio de equilibrio con transferencias, luego la asignación (x^*, y^*) es un Óptimo de Pareto”.

Este primer teorema establece las condiciones bajo las cuales los equilibrios de mercado son necesariamente óptimos de Pareto. Bajo dicha proposición, los mercados son "completos" en el sentido que existe un mercado para cada producto y todos los participantes del mercado actúan como tomadores de precios.

▪ Segundo Teorema de Bienestar:

El segundo teorema del bienestar menciona que, debido a los mecanismos de mercado que conducen a la redistribución, cualquier asignación eficiente se obtiene mediante un equilibrio competitivo.

Proposición: “Sea una economía que viene dada por $(\{(X_i, \succsim_i)\}_{i=1}^I, \{Y_j\}_{j=1}^J, \bar{w})$, y supongamos que cada Y_j es convexo (es decir el conjunto $\{x'_i \in X_i : x'_i \succsim_i x_i\}$ es convexo para cada $x_i \in X_i$) y no saciado localmente. Luego para cada asignación Pareto-Óptimo (x^*, y^*) , hay un vector de precios $p = (p_1, \dots, p_I) \neq 0$ tal que (x^*, y^*, p) es un precio de equilibrio con transferencias”.

2.4. Conceptos claves

2.4.1. Externalidad de Red

Las externalidades o efectos de red se definen como las variaciones en el valor de la red en la medida que la demanda de un bien o servicio se incrementa. En

términos microeconómicos, las funciones de utilidad de los usuarios de la red se encuentran interrelacionadas a través del número de usuarios suscritos. Así, en la industria de servicios móviles, un consumidor se sentirá mejor en la medida que haya más usuarios integrados a la red para poder comunicarse con ellos.

Las externalidades de red podrían tener efecto sobre las cuotas de mercado, conduciendo a un monopolio natural. Es por ello que surge la necesidad de interconexión entre las redes. Así, los usuarios de una red pueden comunicarse con los de otra red.

Las externalidades de red pueden tener efectos en las decisiones estratégicas de las empresas operadoras en relación a la fijación de los precios que cobran por el servicio. Así, las empresas de telefonía móvil pueden fijar un precio *off-net* alto y un precio *on-net* bajo. De esta manera, cualquier consumidor se verá incentivado a formar parte de la red de telefonía más grande.

2.4.2. Elasticidad-precio en la demanda

La elasticidad-precio estima la magnitud o sensibilidad de la variación en la cantidad que un consumidor demanda de un bien o servicio provocado por una variación marginal del precio de dicho bien o servicio.

Por tanto, sea $x(p, w)$ la función de demanda de un determinado bien o servicio, la elasticidad-precio en la demanda para dicho bien o servicio viene dada por:

$$\xi_{p,x} = \frac{\partial x(p, w)}{\partial p} \cdot \frac{p}{x(p, w)}.$$

2.5. Importancia y descripción del servicio de telefonía móvil

En el sector de telecomunicaciones de cualquier país, la telefonía móvil viene siendo uno de los servicios más dinámicos (novedosos) y de mayor crecimiento. En la actualidad, el servicio móvil en el Perú cuenta con la participación de cuatro operadores con despliegue de red (a saber, Movistar (perteneciente al grupo Telefónica), Claro (nombre comercial de América Móvil), Entel (quien adquirió Nextel en 2014) y Viettel (quien entró a competir al mercado en julio de 2014)); y una empresa sin despliegue de red que recientemente ingresó a ofrecer el servicio a los usuarios móviles (a saber Incacel).

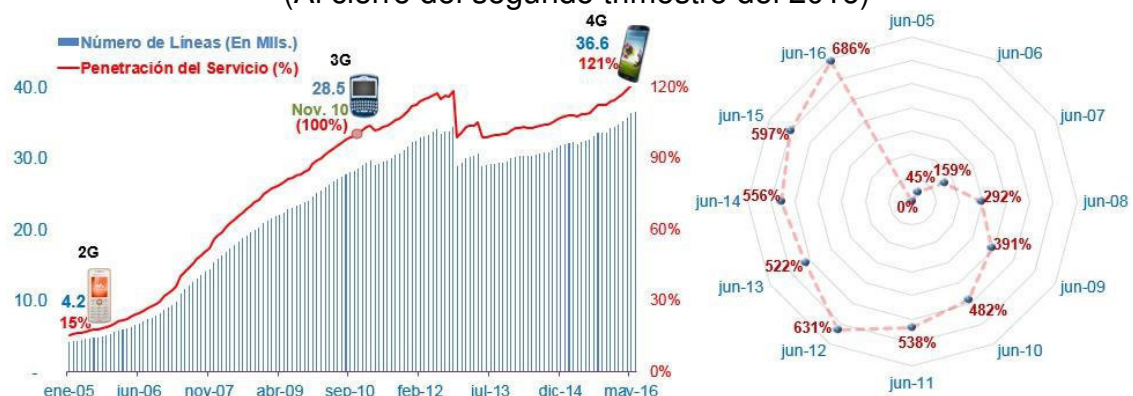
A continuación, se muestran algunas estadísticas que reflejan el dinamismo por la que atraviesa el servicio, por ejemplo: *líneas móviles en servicio, tasa de penetración, cobertura, participación, concentración de mercado y un índice que refleja la competencia de las empresas operadoras en el servicio.*

2.5.1. Dinamismo en la cantidad de líneas móviles en servicio y tasa de penetración.

La cantidad de líneas en el servicio de telefonía móvil viene creciendo drásticamente, principalmente desde la entrada de Viettel y Entel al mercado (segundo semestre de 2016). Así, al cierre del trimestre 2016-II, el mercado alcanzó un total de 36.7 millones de líneas, lo que reflejó un incremento del 13% respecto a junio de 2015 y de 20% respecto a junio de 2014. Dicho incremento continuo en las líneas en servicio ha conllevado a que, actualmente nuestro país mantenga un mayor número de líneas en servicio que de habitantes.

La penetración^[30] de la telefonía móvil sigue incrementándose desde hace varios años atrás. Así, como se muestra en la Figura 10, a inicios de 2005 existían 15 líneas en servicio por cada 100 habitantes; a fines del año 2010 esta cifra se incrementó rápidamente consiguiendo que exista un teléfono móvil por cada habitante (100% de penetración del servicio). Luego, al cierre del primer semestre del año 2016, ya existían más de 120 líneas por cada 100 habitantes (en efecto, se consiguió una penetración de 121%).

Figura 10: Evolución de la cantidad de líneas móviles y penetración del servicio (Al cierre del segundo trimestre del 2016)



Fuente: OSIPTEL. Elaboración propia

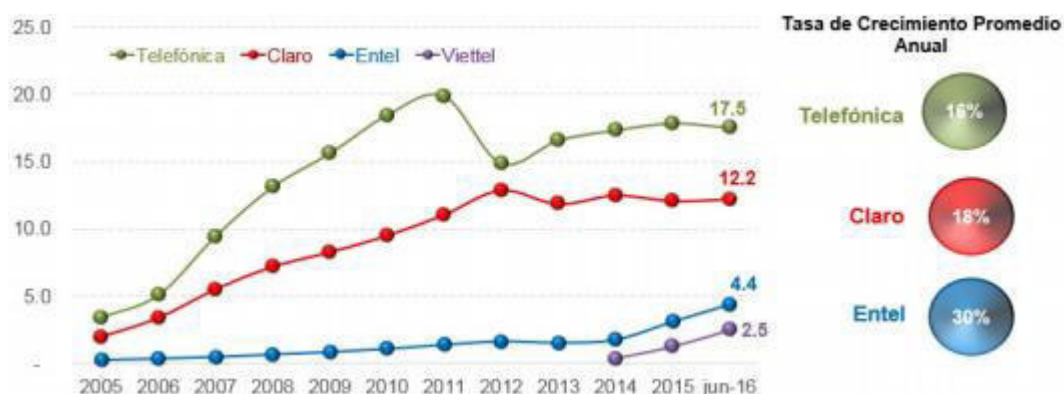
2.5.2. Cuota de mercado e Índices de Concentración.

Hasta la fecha, las dos empresas operadoras que mantienen las mayores cuotas de mercado son Telefónica del Perú y América Móvil, cubriendo conjuntamente en algunos trimestres hasta el 96% de las líneas en servicio. Sin embargo, la cuota de mercado de las dos empresas mencionadas ha ido disminuyendo desde el segundo semestre de 2014 con la entrada de Entel y Viettel.

^[30] La penetración del servicio de telefonía móvil es una medida estándar empleada por la mayoría de autoridades de competencia en distintos países. Esta se mide como la cantidad de líneas en servicio que existe en un país por cada 100 habitantes.

A junio de 2016, Telefónica del Perú ocupó el primer lugar con 17.5 millones de líneas en servicio (48 % de participación), seguido de América Móvil con 12.2 millones (33 % de participación) y, de Entel y Viettel con 4.4 (12 %) y 2.5 (7 %) millones, respectivamente. (Ver Figura 11).

Figura 11: Evolución del Número de Líneas en servicio
Según empresa operadora (2005 – Al segundo trimestre 2016)



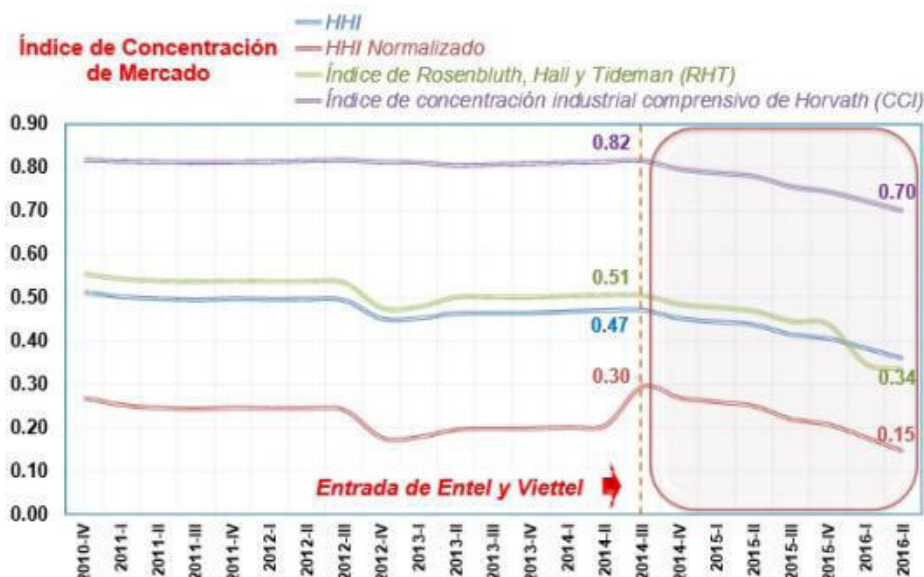
Fuente: OSIPTEL. Elaboración propia

Por otro lado, debido a que la telefonía móvil es un servicio que se rige en un mercado oligopólico, es fundamental considerar los niveles de concentración en los que se desarrolla. A continuación, se muestran las estimaciones de algunos Índices de Concentración.^[31]

La siguiente figura muestra que el mercado de telefonía móvil peruano aún se encuentra concentrado. Sin embargo, es necesario precisar que este indicador viene reduciéndose desde la entrada de Entel y Viettel al mercado. (Ver Figura 12).

^[31] Los diversos Índices de Concentración no forman una parte crucial del desarrollo del proyecto. Sin embargo, será explicado en futuros anexos debido a que explica la situación del mercado de telefonía móvil.

Figura 12: Índices de Concentración en el Mercado de telefonía móvil (2010 IV -2016 II)



Fuente: OSIPTEL. Elaboración propia

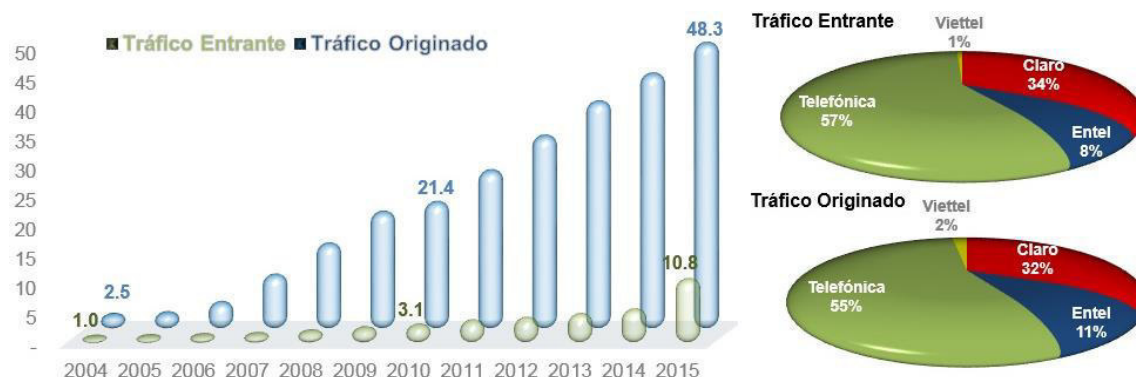
2.5.3. Niveles de Tráfico y niveles de Cobertura

A pesar de la gran aceptación y el crecimiento exponencial que mantienen algunas aplicaciones como formas alternativas de comunicarse, por ejemplo las redes sociales como *Whatsapp*, *Facebook*, *Instagram* etc., -la cual llevaría a suponer una reducción del crecimiento del tráfico de minutos de voz- se observa que el tráfico continúa mostrando crecimientos considerables.

En efecto, el tráfico originado nacional alcanzó los 48.3 miles de millones de minutos en el año 2015, superior en 12% al mostrado en el 2014 y 26% al del 2013. De dicho total, el 55% lo mantiene Telefónica del Perú y el 32% lo mantiene América Móvil.

Por otro lado, el tráfico nacional entrante alcanzó 10.8 miles de millones, muy superior a los de años anteriores. De dicho total, Telefónica del Perú mantiene el 57 % seguido de América Móvil con el 34 %. (Ver Figura 13).

Figura 13: Evolución del Tráfico Entrante y Tráfico Originado
En Miles de Millones (2010 IV -2016 II)

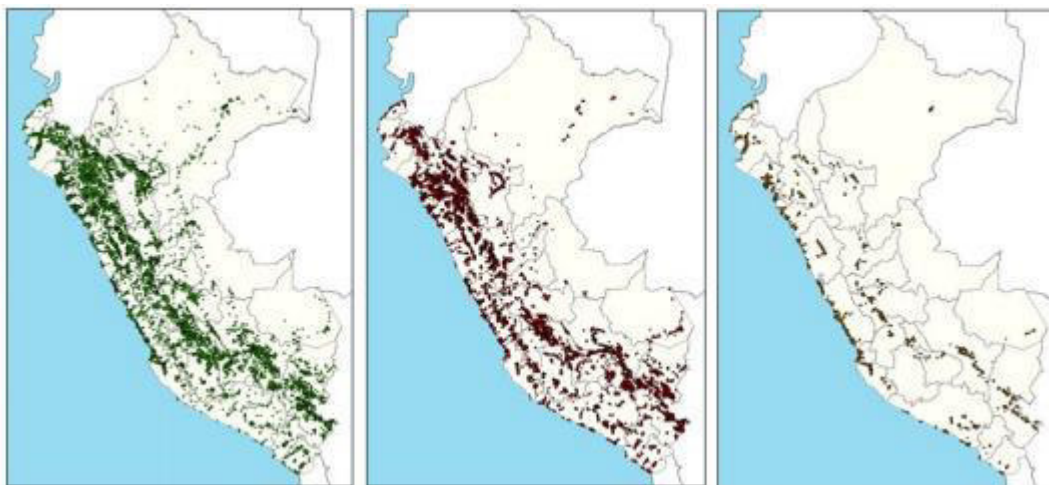


Fuente: Empresas operadoras. Elaboración propia

Por otro lado, la cobertura del servicio es un factor clave cuando se analizan elasticidades de demanda, debido a que este término pierde validez en aquellas zonas donde solo existe una empresa de telefonía móvil, y por tanto, el usuario no tiene otra opción para adquirir el servicio. Bajo este escenario, estos usuarios tendrían una demanda más inelástica que aquellos que cuentan con mayores opciones de contratación. Por ello, las empresas operadoras buscan ampliar sus mercados manteniendo presencia en cada vez una mayor cantidad de lugares.

Algunos usuarios también podrían estar reacios en cambiar de una empresa operadora a otra, si es que esta última no ha desplegado una red con tecnología por lo menos igual (de avanzada) que la red de telefonía desplegada por su operador anfitrión.

Figura 14: Dispersión georreferenciada del servicio móvil en el Perú
(A nivel de centros poblados)



Fuente: OSIPTEL. Elaboración propia

2.5.4. Políticas procompetitivas en el mercado móvil en el Perú.

Las medidas implementadas por OSIPTEL en el mercado de telefonía móvil han impactado positivamente sobre la competencia entre las empresas. Estos resultados se evidencian en el incremento sostenido de la cantidad de líneas que continuamente migran de una empresa a otra y en una reducción permanente de las tarifas implícitas, tanto en los minutos de voz como en el uso de datos móviles.

Entre las políticas realizadas por el OSIPTEL, se puede mencionar el siguiente conjunto de Medidas:

- **La Portabilidad Numérica Móvil (PNM)** es una medida regulatoria procompetitiva mediante la cual los usuarios que cuentan con el servicio móvil tienen el derecho de mantener su número telefónico al momento de cambiar de empresa operadora. Bajo esta medida, el OSIPTEL busca promover un escenario donde las empresas operadoras compitan por

ofrecer planes y/o promociones cada vez más atractivos. Con ello, la PNM reduce considerablemente los costos implícitos que conllevan el cambio de empresa operadora por parte de los usuarios.

- **La revisión de niveles del cargo por terminación de llamada en la red móvil** es una medida regulatoria en la que el OSIPTEL establece los cargos que debe de pagar una empresa a otra por terminar su llamada en la red de esta última.

Dicha fijación de cargos es revisada y establecida con una periodicidad de 4 años de manera simétrica (aplicada a todos los operadores móviles), no recíproca (cargos distintos según modelo de costos) y gradual (a lo largo de cuatro años se debe llegar al valor del cargo establecido).

- **El desbloqueo de equipos terminales móviles** es una medida regulatoria que tuvo como objetivo dinamizar el mercado móvil. Mediante esta medida un usuario podía cambiar de empresa operadora y el equipo terminal estaría disponible para ser usado bajo cualquier otra empresa operadora. Es así que, este Organismo consideró pertinente realizar las modificaciones necesarias al marco normativo, a fin de eliminar las barreras que puedan presentarse al abonado para ejercer la PNM.

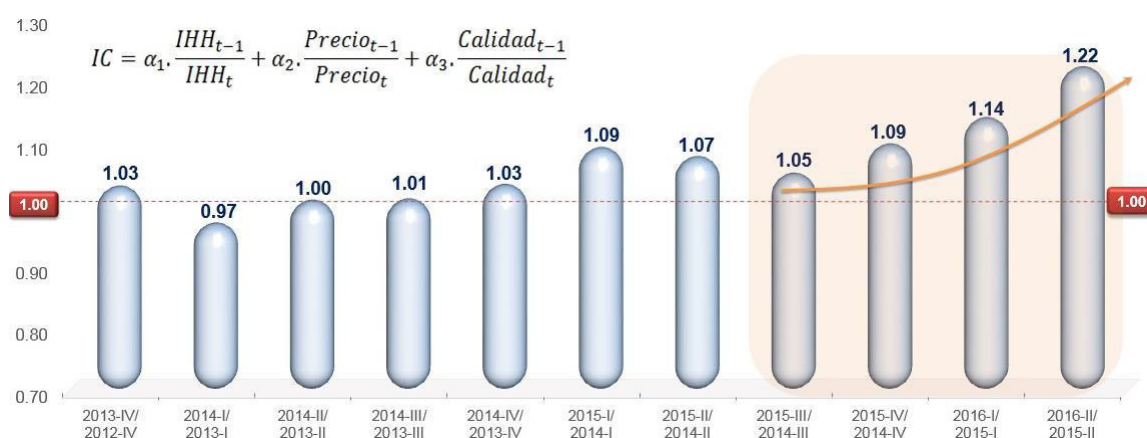
2.5.5. Índice de intensidad competitiva en el mercado móvil

La autoridad de competencia en materia de telecomunicaciones viene -desde hace algunos años- estimando un índice que refleja el desempeño de la industria, el cual puede ser atribuido como producto de la competencia entre las empresas operadoras.

A fin de no caer en problemas de estacionalidad con estimadores sesgados producto de meses de mayor tráfico o meses de frecuentes promociones, en cada

trimestre los estimadores son comparados con su similar del año anterior. De esta manera, un ratio mayor (menor) a uno muestra que el servicio en conjunto ha mejorado (empeorado). A continuación se muestran los resultados obtenidos en los trimestres del 2012-IV al 2016-II.

Figura 15: Desempeño del servicio de telefonía móvil (2012-IV – 2016-II)



Fuente: Empresas operadoras. Elaboración propia

2.6. Cargo por finalizar una llamada sobre la red móvil

2.6.1. Definición

El cargo (o pago) por finalizar llamadas de voz sobre la red móvil representa la retribución económica que recibe una operadora móvil por permitir que un usuario de otra operadora termine la llamada en su red.

El mercado de “*terminación de llamada*” no es un mercado competitivo debido a que ni el usuario ni el operador dueño de la red en que se origina la llamada pueden decidir sobre qué red terminar dicha llamada.

Por tanto, es necesaria la intervención del organismo regulador para establecer topes a dichos cargos, a fin de que los operadores móviles no abusen de su posición en el mercado.

2.6.2. Justificación de porqué regular el cargo de terminación de llamada en la red móvil

En esta sección se muestra literatura dirigida al tema de porqué es necesario regular el pago por terminación de llamada sobre la red móvil. Así, Harbord y Hoernig (2014), Harbord y Pagnozzi (2010) y Armstrong y Wright (2009) aseguran que la red móvil es un monopolio de cada empresa operadora, por lo que no existir una regulación en el mercado aguas arriba (upstream) podría incentivar que las empresas establezcan precios elevados. Esto, muy a pesar de que en el mercado aguas abajo (downstream) muestre intensidad competitiva.

Esto es, existen diversos motivos (entre ellos, tecnológicos y geográficos) por los que un consumidor en un determinado grupo adquiere el servicio con un único operador, por lo que dada la necesidad de los usuarios por comunicarse con usuarios de otras empresas, la empresa anfitriona podría hacer uso de su condición de monopolista en su red con el objetivo de cobrar tarifas elevadas, sin importar el nivel de intensidad competitiva que exista en el mercado móvil ni del tamaño de las empresas operadoras. Ver Armstrong y Wright (2009).

Con lo cual existen intereses perversos para hacer uso de dicha posición monopolista, por lo que es necesario e importante regular los niveles de cargos por terminación de llamada móvil (Harbord y Pagnozzi (2010)).

De acuerdo a las investigaciones en los análisis seminales de Laffont, Rey y Tirole (1998) y de Carter y Wright (1999) se infiere que, en un escenario con

tarifas diferenciadas para llamadas *on-net/off-net* un nivel de cargo por terminación alto para los operadores con más cuota de mercado impide el ingreso o incentivan la salida los operadores más pequeños.

Por su parte, Brijl y Peitz (2002) y Brijl y Peitz (2004) muestran que a partir de la apertura de los mercados públicos de telecomunicaciones, la normativa de regular los cargos por terminación ha permitido promover la intensidad competitiva en el mercado por parte de las autoridades de competencia. Por ello, los niveles de cargos por terminación altos son el motivo suficiente de preocupación por los encargados del tema, y la razón por la que en diferentes países se regulan los cargos por terminación. (Ver la Recomendación emitida por la Commission of the European Communities (2009)).

2.6.3. Características de los escenarios de fijación de cargos móviles

En el Perú como en la mayoría de países, el establecimiento de los cargos por terminar llamadas sobre una red móvil que determinan los organismos reguladores cuenta con las siguientes características:

- **Amplitud de la regulación:** En base a lo señalado en los Lineamientos de Apertura de mercado, la regulación de cargos ejerce efecto sobre toda comunicación que finalice sobre una red móvil. Esto, sin considerar de dónde provenga dicha comunicación.
- **Simetría:** Los cargos se establecen a todas las empresas operadoras sin excepción alguna. En caso que la regulación no se aplique a todas las empresas de telefonía móvil se trataría de una regulación asimétrica.
- **No-Reciprocidad:** La no-reciprocidad representa un escenario de establecimiento de cargos por terminación en el que la autoridad

regulatoria establece niveles de cargos distintos para cada una de las empresas operadoras en el mercado. En contraparte, cuando se establezca un mismo nivel de cargo para todos los operadores se trataría de un escenario de establecimiento de cargos-recíproco.

- **Gradualidad:** Es un mecanismo de ajuste gradual acerca de continuas reducciones del nivel de cargo hasta alcanzar el nuevo valor propuesto. Esto permite que las empresas operadoras cuenten con plazos razonables para adecuar sus estrategias comerciales.

Para el presente caso, la investigación recae sobre el escenario de establecimiento de cargos por finalización de una llamada sobre la red móvil. Esto es, la reciprocidad o no-reciprocidad de los cargos.

CAPÍTULO 3: HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis general

El esquema de fijación de cargos por terminación de llamadas en la red móvil del tipo híbrido (escenario en el que se le asigna un menor cargo a las empresas con mayor participación y un mayor cargo a las empresas con menor participación o empresas entrantes) es el que maximiza los niveles de bienestar de la sociedad.

3.2. Hipótesis específicas

- El escenario de establecimiento de cargos por terminación de llamadas sobre redes móviles del tipo híbrido es el que arroja un comportamiento más estable de variables relevantes como los precios, cuotas de mercado, ganancias del operador y excedente en el usuario.
- No existe algún escenario de establecimiento de cargos por terminación de llamadas sobre redes móviles tradicionales que conlleve a mejores resultados en cualquier modalidad contractual (planes sin renta mensual y planes con renta mensual) que el esquema de fijación de cargos híbrido.

3.3. Identificación de Variables

Las variables que se toman en cuenta para el desarrollo del modelo son:

- Los cargos por terminación establecidos por el OSIPTEL en la revisión de cargos anterior (periodo 2010-2014).
- Las cuotas de mercado de las empresas operadoras (según número de líneas en servicio).
- La elasticidad-precio por minuto de llamada es estimada en base a los niveles de tráfico originado (cantidad de minutos de voz cursados) por cada empresa operadora.
- La lealtad a la marca desde los consumidores hacia su empresa de telefonía móvil anfitriona.
- Las externalidades de red con la que cuenta cada empresa operadora.
- Niveles de tráfico de minutos de voz cursados por cada empresa operadora.

Algunas de estas variables provienen –y muchas otras variables son estimadas– a partir de las fuentes de información que las empresas operadoras remiten al OSIPTEL periódicamente en el marco de la Norma de Requerimientos de Información Periódica (NRIP), aprobada mediante Resolución N°096-2015-CD/OSIPTEL, de fecha 29 de agosto de 2015.

3.4. Matriz de Consistencia

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGÍA
PROBLEMA GENERAL <i>Plantear un modelo que permita identificar el escenario de cargos por finalización de llamadas móviles que optimiza el bienestar total social, dadas las características del mercado móvil en el Perú.</i>	OBJETIVO PRINCIPAL <i>Emplear un modelo matemático-económico que compare entre varios escenarios de establecimiento de cargos por finalización de llamadas, con la finalidad de detectar aquel escenario de cargos que maximice el nivel de bienestar total social.</i>	HIPOTESIS GENERAL <i>El escenario de cargos por finalización de llamadas en una red móvil <u>del tipo híbrido</u> (asignando menor cargo a las empresas con mayor cuota y un mayor cargo a las empresas con menor cuota o empresas entrantes) es el que maximiza los niveles de bienestar de la sociedad.</i>	VARIABLE DEPENDIENTE <i>Bienestar Social (W), Excedente en el usuario (CS), precios (p_{ii}, p_{ij}), cuotas de mercado (α).</i>	TIPO DE INVESTIGACIÓN <i>El tipo de investigación es uno relacionado a la investigación cuantitativa, en el que mediante métodos estadísticos, matemáticos y con base en la teoría económica se resuelven problemas de optimización.</i>
PROBLEMA SECUNDARIO <i>Predecir el dinamismo que tendría cada una de las principales variables (precios, excedente en el usuario, ganancias de los operadores y cuotas de mercado) en cada régimen supuesto para establecimiento de cargo.</i>	OBJETIVO SECUNDARIO <ol style="list-style-type: none"> 1. Predecir el dinamismo que tendrán variables como precios, excedente en el usuario, ganancias y cuotas de mercado, simulando la evaluación de diversos regímenes de cargos por terminación de llamadas. 2. Evaluar si existe algún régimen de cargos distinto a los esquemas tradicionales que conlleve a mejores resultados en términos de bienestar social. 	HIPOTESIS SECUNDARIA <ol style="list-style-type: none"> 1. El escenario de establecimiento de cargos por finalización de llamadas sobre redes móviles <u>del tipo cargo híbrido</u> es el que arroja un comportamiento más estable de las variables como los precios, cuotas de mercado, ganancias y excedente en el usuario. 2. No existe algún escenario de establecimiento de cargos por terminación de llamadas sobre redes móviles <u>tradicionales</u> que conlleve a mejores resultados en cualquier modalidad contractual que el escenario de cargos <u>híbridos</u>. 	VARIABLE INDEPENDIENTE <i>Externalidad de llamada (ε), Elasticidad precio por minuto de llamada (ξ), cargos por terminación (α_i), lealtad a la marca (μ), grado de diferenciación del servicio (θ), tráfico de minutos, líneas en servicio.</i>	DISEÑO DE INVESTIGACION <i>El diseño de investigación es uno <u>no-experimental</u>, dado que no se posee un control directo de las variables independientes.</i>

3.5. Matriz de Operacionalización

TIPO DE VARIABLE	VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	ESCALA DE MEDICIÓN	NATURALEZA
Variable Dependiente	Participación de Mercado (α)	Proporción de usuarios con los que cuenta cada empresa operadora.	Continua	Cuantitativa
	Precios <i>on-net</i> (P_{ii})	El precio <i>on-net</i> (p_{ii}) es el precio (o tarifa) que cobra la empresa operadora “i” a un usuario de su red por realizar una llamada a otro usuario perteneciente a la misma red.	Continua	
	Precios <i>off-net</i> (P_{ij})	El precio <i>off-net</i> (p_{ij}) es el precio (o tarifa) que cobra la empresa operadora “i” a un usuario por realizar una llamada a otro usuario perteneciente a otra red.	Continua	
	Pago Fijo o Renta Mensual (F_i)	El Pago Fijo es la renta mensual que los usuarios en la modalidad pospago pagan por su plan tarifario.	Continua	
	Excedente en el Usuario (TCS)	El Excedente en el usuario es la diferencia entre el precio que el usuario está dispuesto a pagar y lo que realmente paga.	Continua	

TIPO DE VARIABLE	VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	ESCALA DE MEDICIÓN	NATURALEZA
Variable Independiente	Cargos por Terminación (2010)	Son los cargos que el OSIPTEL estableció en la Revisión de Cargos por Terminación en el año 2010.	Continua	Cuantitativa
	Escenarios de establecimiento de Cargos por Terminación.	Son escenarios de cargos que se evaluarán en la investigación a fin de obtener el esquema óptimo.	Continua	
	Externalidad de Llamada (β)	Es un atributo que gozan los usuarios cuando se encuentran en una red de mayor tamaño.	Continua	
	Elasticidad-precio de demanda (ϵ)	Es la variación en la cantidad que demanda un usuario a medida que se incrementa el precio en una unidad adicional.	Continua	

Elaboración propia

CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA

4.1. Tipo y Diseño de Investigación

El tipo de investigación es uno relacionado a la investigación cuantitativa, en el que mediante métodos estadísticos, matemáticos y con base en la teoría económica se resuelven problemas de optimización.

El diseño de investigación es uno no experimental transversal en el que se comparan varios escenarios –considerando la situación actual en el que se desarrolla el servicio móvil peruano- a fin de encontrar la situación óptima para la sociedad en su conjunto.

4.2. Unidad de Análisis

Las unidades de análisis son las empresas operadoras de telefonía móvil dentro del territorio nacional habilitantes entre los años 2010 y 2015. A saber: *Telefónica del Perú, América Móvil y Entel*.^[33]

^[33] No se considerará a Viettel debido a que inició operaciones en julio de 2014 en calidad de nuevo operador, y por tanto, no se cuenta con información histórica de la empresa. Por su parte, Entel –que ingresó al mercado en setiembre de 2014- sí será considerada porque fue una adquisición de Nextel del Perú, y sí se cuenta con información histórica.

4.3. Población de estudio

La población de estudio está constituida por los distintos escenarios de diseños de establecimiento de cargos por finalización de llamadas sobre una red móvil que el OSIPTEL ha fijado –a lo largo del tiempo– a cada empresa móvil que opera en el mercado peruano. El OSIPTEL inició estableciendo cargos por terminación a las empresas operadoras desde el año 2004.

4.4. Tamaño de muestra

La muestra está formada por los cargos por terminación de llamadas en las redes de telefonía móvil correspondientes a tres (03) de las operadoras con mayores cuotas de mercado mencionadas anteriormente. El análisis cubre el periodo de años del 2010 al 2014, debido a que los regímenes de establecimiento de cargos que serán simulados se construyen a partir de los cargos establecidos en la revisión inmediatamente anterior.

4.5. Técnicas de Recolección de datos

Las fuentes de recopilación de datos Los datos son recopilados principalmente a partir de la información que todas las empresas operadoras de telecomunicaciones –y en particular, las de telefonía móvil- remiten al OSIPTEL en el marco de la Norma de Requerimientos de Información Periódica (NRIP) aprobada mediante la Resolución de Consejo Directivo N° 096-2015-CD/OSIPTEL y sus versiones anteriores.

Asimismo, otra fuente de información útil fue el SIRT del OSIPTEL, en el que los operadores -en cumplimiento con el marco normativo vigente- registran los planes tarifarios y promociones que van a ofrecer a los usuarios.

4.6. Utilización de Software

Los paquetes informáticos que se utilizan para la elaboración de la presente tesis son:

- (i) **Wolfram Research Mathematica** (en sus versiones 8.0 y 9.0).
Dado que tiene como característica una mayor potencia para la resolución de ecuaciones de optimización.
- (ii) **R Project** para consistenciar algunos datos (menores) obtenidos mediante el programa Wolfram *Mathematica*.
- (iii) **Matlab** (versión R2008b)^[34] con el objetivo de realizar varios de los cálculos que se presentaron en forma matricial.



^[34] El problema de programación matemática se resuelve a través de Gams, utilizando como solver no lineal a KNitro.

CAPÍTULO 5: MODELO PROPUESTO

Para estimar los efectos que traen consigo los diferentes diseños de establecimiento de cargos por terminación móvil para el mercado peruano, se necesita tomar como base un modelo que considere: *(i) un número arbitrario de empresas operadoras (redes), (ii) asimetrías en las cuotas de mercado de las empresas operadoras y (iii) externalidades de llamada*. Todas consideradas y analizadas de manera simultánea. Tal como se señaló anteriormente, este modelo se enfoca en el análisis propuesto en el documento de Hurkens y López (2010), al que se le han incorporado modificaciones con el propósito de que el mismo refleje de una mejor forma las características de la industria de telefonía móvil en el Perú. Dada la complejidad de obtener resultados analíticos para esta extensión del modelo, se recurren a métodos numéricos.

Adicionalmente se utilizó como referencia los trabajos de Harbord y Hoernig (2012), Hurkens y López (2010), Katz y Shapiro (1985) y McFadden (1977).

De esta manera, se parte de un modelo donde cada una de las " n " firmas ($i = 1, \dots, n$) cobra un pago fijo $F_i^{[35]}$ (para la modalidad pospago) y puede discriminar

^[35] F_i representa el pago fijo o la renta mensual que los usuarios en la modalidad pospago pagan por su plan tarifario.

precios para llamadas *on-net* (p_{ii})^[36] y para llamadas *off-net* (p_{ij})^[37]. Para terminar una llamada *off-net*, la red de originación $j \neq i$ debe pagar un cargo de acceso no negativo a_i ^[38] a la red de terminación i .

5.1. Supuestos del modelo planteado.

- Las operadoras comercializan servicios que son diferenciados pero presentan cierto grado de sustituibilidad entre ellos, por lo que estas competirán en el mercado (por los M usuarios existentes). Este supuesto es totalmente cierto, porque si bien las empresas operadoras podrían ofrecer un servicio diferenciado en la calidad (por ejemplo TINE^[39] y TLLI^[40] en el servicio de voz), estos servicios podrían considerarse técnicamente sustitutos y, en esa misma línea, competirían entre sí ofreciendo sus servicios.
- Se supone que la totalidad de empresas que ofrecen el servicio presentan una única estructura de costos. Para simplificar, se presume que el costo de una llamada en el margen (c) viene siendo idéntico a la agregación de los costos de originación (c_o) y terminación (c_T). Por simplicidad, $c = c_o + c_T$, con lo que marginalmente la ganancia del operador i por finalizar una llamada de voz sobre su misma red sería $m_i \equiv a_i - c_T$.

^[36] El precio *on-net* (p_{ii}) es el precio (o tarifa) que cobra la empresa operadora “ i ” a un usuario de su red por realizar una llamada a otro usuario perteneciente a la misma red. Por ejemplo, el precio *on-net* de Telefónica del Perú sería el precio (o tarifa) que cobra a uno de sus usuarios por llamar a otro usuario de Telefónica del Perú.

^[37] El precio *off-net* (p_{ij}) es el precio (o tarifa) que cobra la empresa operadora “ i ” a un usuario por realizar una llamada a otro usuario perteneciente a otra red. Por ejemplo, el precio *off-net* de Telefónica del Perú sería el precio (o tarifa) que cobra a uno de sus usuarios por llamar a un usuario de otra red (por ejemplo, a un usuario de América Móvil, Entel o Viettel).

^[38] a_i es el cargo de terminación que pagaría la empresa “ j ” a la empresa “ i ” por terminar la llamada dentro de la red de esta última empresa. Por ejemplo, si un usuario perteneciente a Telefónica del Perú realiza (u origina) una llamada a un usuario de América Móvil, entonces Telefónica del Perú debe de pagar a América Móvil un cargo por hacer uso (o terminar) la llamada en su red.

^[39] TINE: Tasa de Intentos No Establecidos.

^[40] TLLI: Tasa de llamadas interrumpidas.

- Se asume que la existencia estándar “*rationally responsive expectations*” es sustituida por la existencia de “*fulfilled equilibrium expectations*”.^[41]
- Se presume, para mayor facilidad, una función inversa de demanda (lineal). Es decir, una forma funcional de demanda como $p(q) = \alpha - \beta q$.
- Se supone una función de utilidad de forma cóncava^[42], estrictamente creciente y acotada^[43]. La utilidad que recibe un consumidor por realizar llamadas con un tiempo de duración q está dada por $u(q)$. Mientras que, la utilidad que recibe un consumidor por aceptar una llamada con el mismo tiempo de duración es $\bar{u}(q)$. Se considera que $\bar{u} = \beta u$.^[44]
- La utilidad indirecta del consumidor por realizar llamadas a un precio p se expresa como $v(p) = u(q(p)) - pq(p)$.^[45]
- Se incorpora el supuesto estándar conocido como Balance Calling Pattern (BCP).
- Se incluye para el análisis a la modalidad prepago, otorgándole el supuesto de precios no-diferenciados, toda vez que la oferta comercial de

^[41] Se introducen supuestos referentes a las expectativas de los usuarios debido a que existen efectos de red en la provisión del servicio. Con “*rationally responsive expectations*”: (i) los operadores eligen precios; (ii) los usuarios establecen expectativas respecto al tamaño de la red en términos de precios fijados por los operadores, y (iii) los usuarios deciden su inclusión a una operadora en términos de expectativas y precios. Por su parte, con “*fulfilled expectations*”: (i) los usuarios establecen expectativas respecto a cuán grandes son las redes (ii) los operadores ejercen competencia, y (iii) los usuarios deciden su suscripción dadas sus expectativas.

^[42] La concavidad de la función de utilidad se refiere a que cada unidad adicional consumida genera cada vez un menor nivel de utilidad. En esta tesis, cada unidad de consumo corresponde a cada minuto efectivo de voz.

^[43] La función de utilidad acotada se refiere a la existencia de *saciabilidad local* para algún punto de q . Es decir, un punto en el que unidades adicionales ya no genera mayor utilidad.

^[44] Se supone que recibir una llamada genera una utilidad positiva y representa una proporción fija de la utilidad que obtiene el usuario por efectuar llamadas. Esta parte constante viene dado por el parámetro β .

^[45] De acuerdo a la teoría económica, la función de utilidad directa expresada en argumentos de precios e ingresos equivale a la función de utilidad indirecta.

los planes vigentes bajo los denominados “precios únicos” ya se ha establecido como una práctica comercial transversal para todas las empresas operadoras.

Por lo descrito, esta tesis incorpora un aspecto fundamental característico del mercado peruano, pues considera al segmento prepago dentro del análisis. ^[47]

5.2. Ecuaciones que determinan el equilibrio del modelo.

Considerando precios p_{ii} y p_{ij} , las ganancias que recibiría la empresa operadora i por realizar minutos dentro de la misma red (*on-net*) y fuera de la red (*off-net*) son:

$$R(p_{ii}) = (p_{ii} - c)q(p_{ii}) \quad ; \quad \hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij})$$

La ecuación $\hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij})$ es generada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{R}_j(p_{ij}) &= (p_{ij} - c_o - a_j)q(p_{ij}), \text{ pero } a_j \equiv m_j + c_T \text{ y } c = c_o + c_T \\ \therefore \hat{R}_j(p_{ij}) &= (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij}). \end{aligned}$$

5.2.1. Cuota de mercado.

Sea α_i la cuota de mercado que mantiene la empresa operadora i , entonces su beneficio se expresa mediante la ecuación^[48]:

^[47] Para el caso peruano, es relevante incorporar al segmento prepago pues alberga el 70% de líneas móviles en servicio.

^[48] La expresión matemática contiene entre paréntesis tres sumandos: (i) el primero está relacionado a las ganancias que obtiene por minutos de voz *on-net*, (ii) el segundo está relacionado a las ganancias que obtiene por minutos de voz *off-net*; y finalmente, (iii) el tercero

$$\pi_i \equiv \alpha_i M \left(\alpha_i R(p_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) + F_i - f \right) \quad (1)$$

Con el objetivo de estimar las cuotas de mercado de cada una de las empresas operadoras se recurre al empleo de un modelo Logit. En efecto, considerando las expectativas de los consumidores (β_i) y los precios *on-net* y *off-net*, se puede aproximar a la función de utilidad de un usuario que pertenece a la empresa operadora i , la cual viene descrita por:

$$w_i = \gamma_i + \beta_i [v(p_{ii}) + \bar{u}(q(p_{ii}))] + \sum_{j \neq i} \beta_j [v(p_{ij}) + \bar{u}(q(p_{ji}))] - F_i$$

Con $\gamma_i \geq 0$, el cual refleja el nivel de lealtad que un usuario mantiene hacia la marca asociada a la empresa operadora i .

Definiendo $U_i = w_i + \mu \varepsilon_i$; $\forall i = 1, \dots, n$.^[49] El valor que toma $\mu > 0$ representa la diferenciación entre productos dentro de un modelo Logit, con lo que un usuario decidirá por suscribirse a la empresa " i " sí y solamente sí se cumple que $U_i > U_j$, $\forall j \neq i = 1, \dots, n$.

La probabilidad de que un usuario pertenezca a la empresa operadora i viene representada por α_i descrito por la siguiente función Logit-multinomial:

$$\alpha_i = \frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} \quad (2)$$

está relacionado con las ganancias que obtiene debido a llamadas desde otras empresas operadoras.

^[49] ε_i es un término de ruido representado por variables aleatorias con argumentos de media cero y con varianza uno. Estas variables son idéntica e independientemente distribuida mediante una función doble exponencial.

A partir de la última ecuación se deriva que^[50]:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{\alpha_i(1 - \alpha_i)}{\mu} \quad (3)$$

Luego, para cualquier $j \neq i$, se tiene que:

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{\alpha_i \cdot \alpha_j}{\mu} \quad (4)$$

5.2.2. Excedente en el Usuario.

Este indicador viene representado por un modelo Logit, en el que estandarizando el tamaño de usuarios a $M = 1$ viene dado por la expresión^[51]:

$$CS = \mu \ln \left(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu] \right) \quad (5)$$

5.2.3. Precios de llamada y Pagos mensuales.

En el caso de minutos de voz en llamadas *on-net* y *off-net*, los precios están determinados por:

$$p_{ii} = \frac{c}{1+\beta} \quad ; \quad p_{ij} = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c+m_j)}{1-(1+\beta)\alpha_i} \quad (6)$$

^[50] El anexo de esta tesis contiene las aproximaciones a las funciones de precios de llamadas y pagos mensuales.

^[51] Se sugiere revisar la investigación desarrollada por Small y Rosen (1981) para una mayor referencia de la aproximación a la función del excedente en el usuario.

Como se observa claramente el precio dentro de una misma empresa (*on-net*) se estima como el costo marginal solo cuando no existen externalidades de llamada (es decir, en el caso en que $\beta = 0$); luego, es inferior en comparación al costo marginal para cualquier nivel de externalidad de llamada positiva ($\beta > 0$). De este modo, se afirma que las empresas operadoras internalizan de manera perfecta los niveles de externalidad de llamada.

El precio *on-net* que maximiza las ganancias corresponde un óptimo para la sociedad, sin importar el nivel de la cuota de mercado (Debido a $\bar{u} = \beta u$, el precio *on-net* estimado maximiza $u(q(p)) + \bar{u}(q(p)) - cq(p)$). Por su parte, el precio *off-net* aumenta a medida que se eleva el coeficiente de externalidad de red. Esto es, con mayores beneficios percibidos por llamadas recibidas, más alto es el precio óptimo *off-net* que se fija a fin de disminuir los incentivos de realizar llamadas hacia otras empresas operadoras.

Finalmente, la función de pagos mensuales viene determinada por la ecuación^[52]:

$$F_i = f + \frac{\mu}{(1 - \alpha_i)} - 2\alpha_i R(p_{ii}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) \quad (7)$$

5.2.4. Equilibrio.

Los precios de equilibrio se encuentran en función de las cuotas de mercado, los mismos que son endógenos. Por tanto, los resultados se derivan de emplear las ecuaciones (6), (7) y (2). De manera analítica, desarrollar las ecuaciones resulta imposible, pero sí es posible numéricamente, toda vez que se cuente con los

^[52] En el anexo se demuestra la forma de derivar la función de pagos mensuales.

niveles de cargos por terminación, la cantidad demandada de llamadas, la magnitud de externalidad de la llamada, los costos marginales de las empresas, los niveles de parámetros de lealtad a la empresa $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, así como la diferenciación de producto (μ) . La mayoría de los parámetros mencionados no son conocidos pero sí pueden ser calibrados sobre la base de la información disponible que se recopila desde las empresas operadoras.

5.3. Línea de tiempo para el modelo planteado.

Siendo el vector de cargos de acceso $\{a_1, \dots, a_n\}$, este juego se desarrolla como sigue a continuación:

1. Los usuarios establecen sus expectativas β_i sobre cuál será la cantidad de líneas suscritas para cada empresa con $\beta_i \geq 0$, y suponiendo participación completa $\sum_i \beta_i = 1$.
2. Las operadoras toman como referencia la formación de expectativas (punto 1.) y establecen de forma simultánea el vector de todos los precios minoristas $T_i = T_i(F_i, \{p_{ij}\}_{j=1}^n)$.
3. Considerando las expectativas formadas (punto 1) y el vector de todos los precios establecidos (punto 2), los usuarios plantean decisiones racionales respecto a qué operador suscribirse y su nivel de consumo.

De lo señalado en 1., 2. y 3. se deduce que la cuota de mercado α_i estará en función de precios minoristas y las expectativas de los usuarios. Adicionalmente, el planteamiento de las expectativas origina que, en el óptimo, $\alpha_i = \beta_i$.

5.4. Algoritmo para el desarrollo del modelo

Los pasos que conllevan a la solución del modelo planteado son los siguientes:

Pasos preliminares:

- **Paso I.** Estimar los *parámetros* (a , b) correspondientes a la función inversa de demanda (lineal) para todo escenario de cargos evaluado y para todo nivel de elasticidad-precio (ε).
- **Paso II.** Determinar el costo por realización de llamada de voz $c = c_o + c_T$, el cargo de finalización a_i en cada escenario evaluado, así como el *mark-up* para todos los operadores m_i .

Siguientes pasos:

- **Paso A.** Estimar los *precios on-net* (p_{ii}) y los *precios off-net* (p_{ij}). Tales precios tendrán como argumentos a las cuotas de mercado α_i y el parámetro de externalidad de red β .

$$p_{ii} = \frac{c}{1+\beta} \quad p_{ij} = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c+m_j)}{1-(1+\beta)\alpha_i}$$

- **Paso B.** Estimar las *ganancias* de cada operador.

$$R(p_{ii}) = (p_{ii} - c)q(p_{ii}) \quad ; \quad \hat{R}_j(p_{ij}) = (p_{ij} - c - m_j)q(p_{ij})$$

- **Paso C.** Estimar la *función de utilidad directa* para los usuarios en cada operador.

- En cuanto a llamadas dentro de la misma red (*on-net*):

$$u_{ii} = \frac{a}{b} * \left(a - b * \frac{c}{1 + \beta} \right) - \frac{1}{2b} * \left(a - b * \frac{c}{1 + \beta} \right)$$

- En cuanto a llamadas fuera de la red (*off-net*):

$$u_{ij} = \frac{a}{b} * \left(a - b * \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta) \alpha_i} \right) - \frac{1}{2b} * \left(a - b * \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta) \alpha_i} \right)$$

- **Paso D.** Estimar la *función de utilidad indirecta* para los usuarios en cada operador.

- En cuanto a llamadas dentro de la misma red (*on-net*):

$$v_{ii} = \frac{\left(a - b * \frac{c}{1 + \beta} \right)^2}{2b}$$

- En cuanto a llamadas fuera de la red (*off-net*):

$$v_{ij} = \frac{\left(a - b * \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta) \alpha_i} \right)^2}{2b}$$

- **Paso E.** Estimar el *parámetro asociado a diferenciación de producto* μ .
- **Paso F.** Estimar los *pagos mensuales* F_i para cada operador, sustituyendo cada argumento en la ecuación a continuación:

$$F_i = f + \frac{\mu}{(1 - \alpha_i)} - 2\alpha_i R(p_{ii}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) + \frac{2\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji}) \\ - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(p_{ij}) - \frac{1}{(1 - \alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(p_{ji})$$

- **Paso G.** Reemplazar los pagos mensuales (F_i) en la *utilidad que recibe cada usuario por pertenecer a cada operador* (w_i), la misma que se encontrará en función de α otros parámetros y variables.

$$w_i = \gamma_i + \beta_i [v(p_{ii}) + \bar{u}(q(p_{ii}))] + \sum_{j \neq i} \beta_j [v(p_{ij}) + \bar{u}(q(p_{ji}))] - F_i$$

- **Paso H.** Reemplazar esta última sobre la función de cuotas de mercado.

$$\alpha_i = \frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]}$$

- **Paso I.** Estimar *el excedente en el usuario* empleando las cuotas de mercado, para diversos niveles de β .

$$CS = \mu \ln \left(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu] \right)$$

5.5. Calibración de parámetros

La calibración de los indicadores se realizó sobre la base de los indicadores recogidos por OSIPTEL. De este modo, al cierre del año 2010, las cuotas de mercado en equilibrio (α_i) que mantenían los operadores fueron los siguientes:

- En el caso Pospago: Telefónica del Perú (63%), América Móvil (34%) y Entel (3%).

- En el caso Prepago: Telefónica del Perú (65%), América Móvil (33%) y Entel (2%).

Además, el costo por originación de llamada y el costo por terminación de llamada fueron estimados en US\$ 0.02 por cada minuto efectivo. Asimismo, se asume $f = 0$, por no contar con indicadores que estimen el costo fijo por suscriptor. De igual modo, este indicador debería ser muy cercano a cero.

Se realizó una calibración para obtener el valor del parámetro asociado a la diferenciación del producto (μ) para el caso pospago mediante el pago mensual promedio observado realmente y el predicho por la teoría. Esto es, $\sum_i \alpha_i \cdot F_i = \text{Pago fijo observado}$, siendo el pago fijo calibrado igual a US\$29.7 sin IGV.

La calibración de la función de demanda se realizó imponiendo linealidad y asumiendo una elasticidad-precio en la demanda (ε) igual a -0.5.^[53] De esta manera, el precio promedio en dólares, la cantidad demandada promedio de minutos por usuario y los parámetros "a" y "b" de la función de demanda para los segmentos pospago y prepago son los que se muestran a continuación^[54]:

- Segmento Pospago: $\bar{p} = 0.142 \rightarrow \bar{q} = 303 \rightarrow a = 454.5 \rightarrow b = 1062.9$.
- Segmento Prepago: $\bar{p} = 0.359 \rightarrow \bar{q} = 41.9 \rightarrow a = 62.9 \rightarrow b = 58.9$

La calibración del parámetro asociado a la externalidad de llamada (β) para los segmentos pospago y prepago se estimaron del siguiente modo:

- **Pospago.** Calibrado mediante la brecha entre los promedios de precios *on-net* y *off-net* basados en la teoría y el *gap* de precios observado en el

^[53] Se considera niveles de elasticidad-precio en la demanda igual a $\varepsilon = 0.3$ y $\varepsilon = 0.7$, a fin de estimar las variaciones en el excedente en el usuario y bienestar total social.

^[54] \bar{p} se estima como una tarifa implícita (esto es, *Ingresos por minuto/cantidad de minutos*) con pesos por empresa operadora igual a su cuota de mercado. Por su parte, \bar{q} se estima como *cantidad de minutos/cantidad de líneas en servicio* con pesos iguales a su cuota de mercado.

mercado, obteniendo así un nivel de $\hat{\beta}^* = 0.365$. Es decir, $\hat{\beta}^*$ fue estimado a partir de:

$$\frac{\sum_k \alpha_k (1 - \alpha_k) q(\hat{p}_k) \hat{p}_k}{\sum_k \alpha_k (1 - \alpha_k) q(\hat{p}_k)} - \frac{c}{1 + \beta} = 0.1683.$$

- **Prepago.** Debido a la comercialización de planes tarifarios del tipo *tarifa única* y la acogida que estos han tenido por parte de los usuarios, resulta coherente no utilizar un parámetro de externalidad de llamada asociado a este segmento.

5.6. Simulación del modelo

La simulación se realiza para los segmentos pospago y prepago. Para cada segmento, se evalúan los diferentes escenarios de establecimiento de cargos.

Respecto al segmento pospago, se evidencian las estimaciones derivadas mediante la calibración y la simulación sobre el nivel de excedente en el usuario y el nivel de bienestar de la sociedad, según distintos niveles de parámetros para la externalidad de llamada y la elasticidad-precio de demanda. Adicionalmente, la simulación también permite conocer las variaciones en los niveles de precios, pagos mensuales, cuotas de mercado, ganancias y excedente en el usuario para niveles del parámetro de externalidad de llamada comprendidos entre 0 y 0.4.

Respecto al segmento prepago, se evidencian los valores alcanzados de excedente en el usuario y bienestar total social para distintos escenarios de establecimiento de cargos, según elasticidad-precio en la demanda.^[55]

^[55] La comercialización de planes tarifarios cuya característica es tarifa única por minuto para cualquier llamada realizada (on-net/off-net) es una demostración de los bajos impactos que tiene la externalidad de llamada.

5.6.1. Escenarios de establecimiento de Cargos por Terminación considerados

El modelo propuesto en este capítulo será utilizado con el objetivo de simular los efectos de aplicar de manera hipotética diferentes escenarios de establecimiento de cargos en el mercado de telefonía móvil en el Perú respecto a la evolución de los *precios, cuotas de mercado, pagos mensuales, ganancias de los operadores, excedente en los usuarios y bienestar total social*. Considerando que las dos últimas variables son las más importantes porque permiten capturar información sobre el grado de bienestar.

Particularmente, se consideran cinco escenarios diferentes de establecimiento de cargos. Estos se detallan a continuación:

- **Cargos-2010:** Régimen del tipo de *cargos no_recíprocos* implementado por OSIPTEL en setiembre 2010 para el mercado peruano. Estos cargos se fijaron tomando en cuenta los niveles de costos de los operadores estimados por el OSIPTEL, así como del entorno del servicio móvil en el Perú. Los niveles de cargos resultantes fueron implementados gradualmente dentro de un periodo de cuatro años (con reducciones anuales), hasta alcanzar el nivel estimado para el mes de setiembre del tercer año.
- **Cargos-2014:** Régimen del tipo de *cargos no_recíprocos* que aplicaron las empresas operadoras hasta fines de marzo de 2014, el cual corresponde el “nivel final” de los cargos establecidos en el 2010.^[56]

^[56] Dichos niveles de cargos fueron establecidos para los operadores hasta el establecimiento de los nuevos cargos por terminación, los cuales entraron en vigencia desde inicios del segundo trimestre del año 2015.

- **Cargo recíproco_fijado a costo:** Régimen del tipo de *cargos_recíprocos* mediante el cual se establece un mismo cargo a todos los operadores en el mercado. Este cargo es fijado considerando el menor costo reportado por las empresas operadoras (o en su defecto estimado por el OSIPTEL).
- **Cargo recíproco_fijado a la media de cargos:** Régimen hipotético del tipo *cargos_recíprocos*, el cual consiste en que la totalidad de operadores cuentan con un mismo nivel de cargo. Este cargo es fijado considerando la media de los cargos supuestamente establecidos, y
- **Cargos diferenciados entre operadores con menor cuota y operadores con mayor cuota:** Régimen hipotético del tipo *cargos_recíprocos* que consiste en otorgar un cargo igual para los operadores con más cuota de mercado y un cargo mayor (e igual) para los operadores con menos cuota.^[57] Debido a esta característica de contar con *reciprocidad* en el interior de todos los grupos de operadores y *no_reciprocidad* en los diferentes grupos de operadores, a este régimen se llamará **Cargos_Híbridos**.

Sobre los escenarios mencionados, es necesario precisar que, a pesar de considerar en el análisis al escenario de cargos recíprocos_fijados a costo, la aplicación de este escenario de establecimiento de cargos aún no es viable toda vez que existe amplias diferencias en las cuotas de mercado entre los operadores que brindan el servicio. Esto de acuerdo a lo que sugieren los hechos estilizados, la teoría económica desarrollada sobre el tema y el entorno en el que se desenvuelve el servicio móvil peruano.

Por tal motivo, el desarrollo del presente modelo gira sobre las estimaciones que se derivan bajo el hipotético caso de que se apliquen regímenes de *cargos_recíprocos_fijado a la media de cargos*, *cargos_híbridos* o, en su defecto, en el

^[57] La diferencia de los dos grupos de operadores está determinada por las amplias asimetrías significativas entre sus cuotas de mercado.

caso de que se decida por seguir empleando un régimen de establecimiento del tipo de *cargos no_recíprocos*.

5.6.2. Evaluación de los Regímenes de establecimiento de Cargos por Terminación de llamadas en redes móviles

Como primer régimen se considera el de **cargos_2010**, esquema de equilibrio que refleja el establecimiento de cargos empleado por el OSIPTEL para la revisión de cargos del año 2010 (a^{2010}).^[58] Los cargos por terminación establecidos para dicho momento ascendieron a^[59]:

$$a^{2010} = (0.0773, 0.0911, 0.0815)$$

Como segundo régimen se emplea el esquema de cargos adoptado para el año 2014, **cargos No_Recíprocos** (a^{2014}), para el cual se consideraron los siguientes niveles de cargos:

$$a^{2014} = (0.0325, 0.0476, 0.0473)$$

Como tercer régimen se emplea un esquema del tipo **Cargo Recíproco_fijado a costo**; es decir:

$$a_i = a^{Cargos Recíprocos (Costo más bajo)} \equiv 0.02.$$

Como cuarto régimen se incluye un escenario “hipotético” de **Cargo Recíproco_fijado como la media de cargos**. Es decir:

^[58] Cada esquema mencionado se considera como equilibrio debido a que dichos niveles de cargos por terminación de llamadas se asignaron tomando en cuenta los modelos de costos reportados por los operadores.

^[59] Los componentes de cada vector de cargos refleja los niveles de cargos de Telefónica del Perú, América Móvil y Entel, en ese mismo orden.

$$a_i = \alpha^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}} = \bar{a}.$$

Adicionalmente, como quinto régimen se fija uno del tipo **Cargos diferenciados entre operadores con menor cuota y operadores con mayor cuota (Cargos_Híbridos)**, por el cual se considera un cargo igual para los operadores más grandes (a_i) y otro para los operadores más pequeños (a_j), en donde se cumple que $a_i < a_j; \forall i \neq j$.

Luego, el siguiente capítulo evalúa los cambios en los niveles de algunas variables importantes (*precio, pagos mensuales, cuotas de mercado, ganancias de los operadores y excedente en el usuario*), considerando el hipotético caso de que se aplique los diferentes escenarios de establecimiento de cargos para el segmento pospago. Así también se evaluarán las variaciones en indicadores importantes para ambos segmentos.

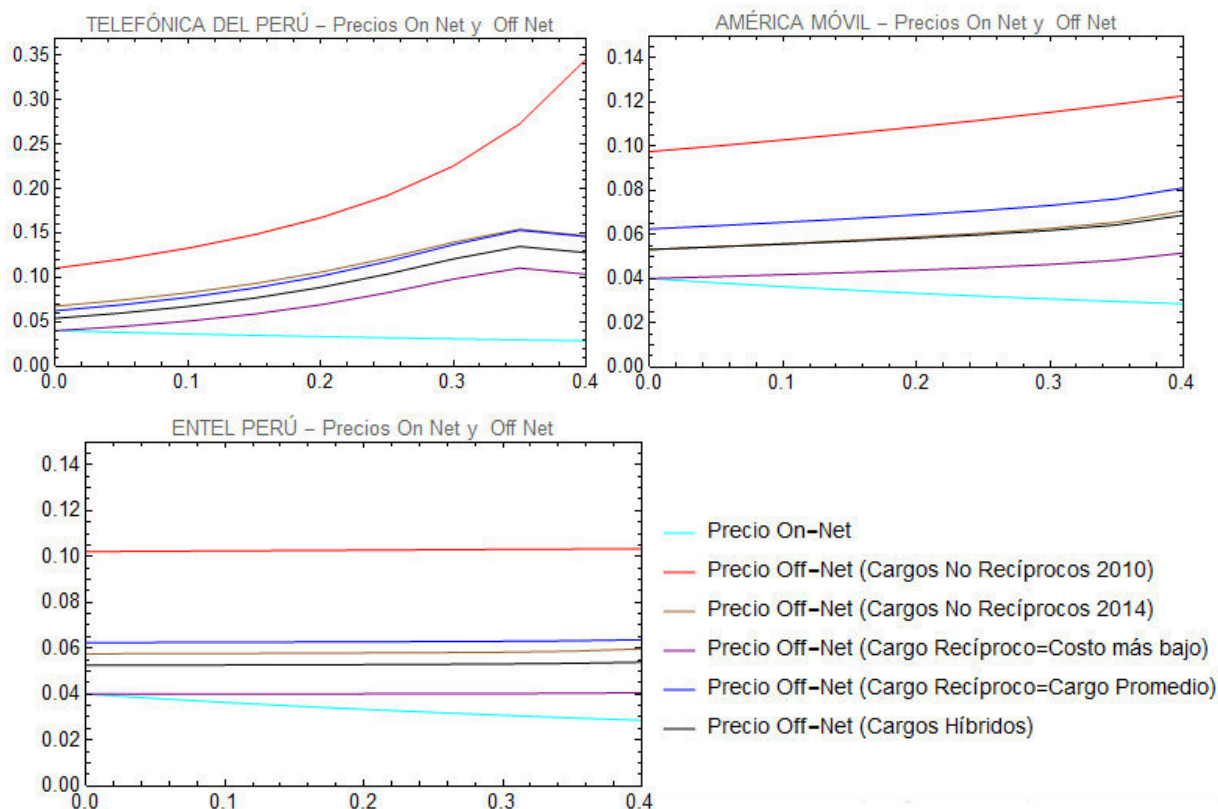
Sin embargo, es necesario precisar que las estimaciones realizadas en la simulación para el excedente en el usuario y para el bienestar en la sociedad evidenciaron de manera cualitativa que el escenario de establecimiento del tipo *cargo recíproco_fijado a la media de cargos* $\alpha^{\text{Cargo-Recíproco (Cargo promedio)}}$ presenta efectos similares a si se toma en cuenta un cargo-recíproco distinto a la media de cargos, con excepción de que se considere que la reciprocidad de los cargos sea igual al nivel del menor costo.

5.6.3. Resultados del modelo por escenarios de cargos por terminación.

A continuación se muestran las estimaciones de los efectos por aplicar los diferentes escenarios de establecimiento de cargos mencionados respecto a los indicadores más importantes para la sociedad. Sobre los niveles de precios, se

tomó en cuenta los precios *on-net* y *off-net*, debido a que la aplicación de establecimiento de cargos repercute sobre el *gap* de dichos precios.

Figura 16: Evolución de los precios *on-net* / *off-net* en equilibrio para distintos escenarios de establecimiento de cargos por llamadas – Segmento Pospago (α^{2010} , α^{2014} , $\alpha^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}}$, $\alpha^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}}$, $\alpha^{\text{Cargos Híbridos}}$)



Elaboración propia.

Precios. La Figura 16 presenta las estimaciones realizadas de precios *on-net* y precios *off-net* para diversos escenarios de cargos por finalización de llamada (α^{2010} , α^{2014} , $\alpha^{\text{Cargos_Recíp (Costo más bajo)}}$, $\alpha^{\text{Cargo_Recíp (Cargo_prom.)}}$, $\alpha^{\text{Cargos_Híbridos}}$) para $\beta \in [0; 0.4]$. Al respecto, es de esperarse que los *off-net* aumenten cuando se incrementen el valor del cargo y el parámetro asociado a la externalidad de llamada.

En efecto, la Figura 16 evidencia que debido a que Entel mantiene una reducida cuota en el mercado, esta no cuenta con suficientes incentivos para aumentar los niveles de precios *off-net* para niveles superiores de β . La intuición de esta afirmación es que el número de llamadas iniciadas en la red móvil de Entel es la más pequeña, por lo que cualquier daño que pueda ocasionar dicha empresa a los consumidores de las otras redes es aún muy bajo. Dicho de otro modo, la magnitud de la externalidad de red no es relevante en operadores que cuentan con reducidas cuotas de mercado, en función de niveles de precios *off-net*. Por tanto, los menores precios *off-net* se encuentran bajo un escenario de establecimiento de *cargo recíproco fijado a costo*, sin importar el operador.

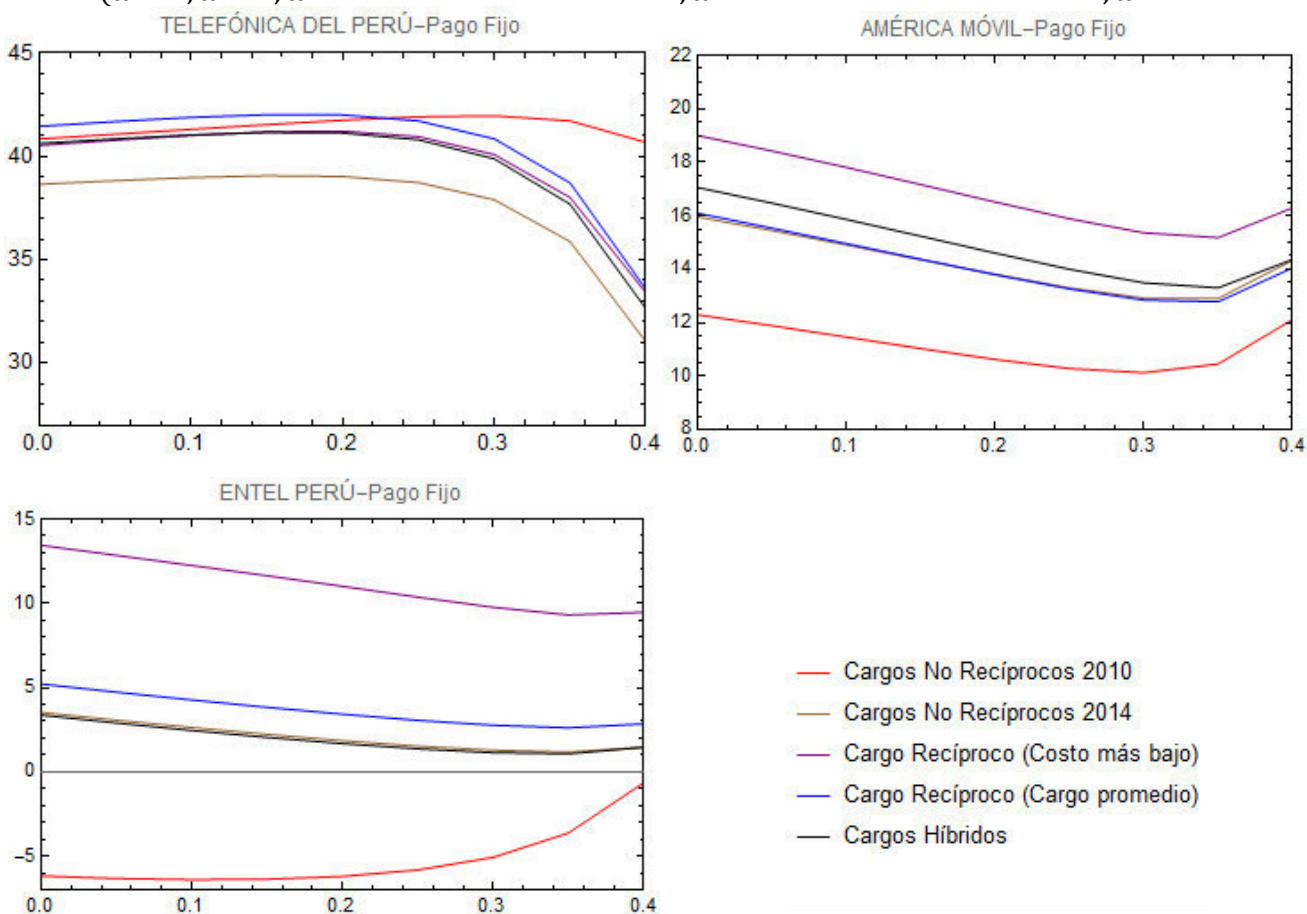
El escenario en el que se establecen cargos del tipo *cargos híbridos* es el más similar a un escenario de *cargo recíproco fijado a costo*, con lo que es el escenario que cuenta con los menores niveles de precios *off-net*, sin importar el grado del parámetro externalidad de red. En ese sentido, considerando la simulación efectuada, los precios por terminar una llamada en otra red (*off-net*) establecidos por los operadores son menores y más estables que con un establecimiento de cargos del tipo *cargos híbridos* en comparación a cuando se aplica *cargo recíproco fijado a la media de cargos o cargos no recíprocos*.

Pagos Mensuales. Con supuesto de expectativas de los consumidores que se ha empleado, se detectó una posible aparición de un bajo *efecto cama de agua* en el caso de la telefonía móvil en el Perú.^[60] Dicho efecto, en caso de que existiese, sería muy leve a excepción para la empresa con mayor cuota de mercado (Telefónica del Perú). Para dicha empresa este efecto no se observa. Sin embargo, el efecto mencionado puede aumentar solo si la autoridad de

^[60] Diversos autores definen el *waterbed effect* o *efecto cama de agua* como una conexión entre mercados aguas arriba (mayorista) y aguas abajo (minorista). La literatura económica señala que si los ingresos de cargos por terminación establecidos por el regulador resultan insuficientes para una empresa operadora determinada, la acción de dicha empresa será compensar con precios minoristas más altos, como por ejemplo mayores precios de equipos.

competencia decide aplicar un escenario de *cargo_recíproco_fijado a la media de cargos*.

Figura 17: Evolución de los pagos mensuales de equilibrio con distintos escenarios de establecimiento de cargos por llamadas – Segmento pospago (α^{2010} , α^{2014} , $\alpha^{Cargo\ Recíproco\ (Costo\ más\ bajo)}$, $\alpha^{Cargo\ Recíproco\ (Cargo\ promedio)}$, $\alpha^{Cargos\ Híbridos}$)



Elaboración propia.

Por lo mencionado, los resultados obtenidos a través de la simulación evidencian que los pagos mensuales son menores con escenarios del tipo *cargos no recíprocos* o con *cargos híbridos* que los derivados en un contexto de escenario de *cargo recíproco-fijado a la media de cargos*.

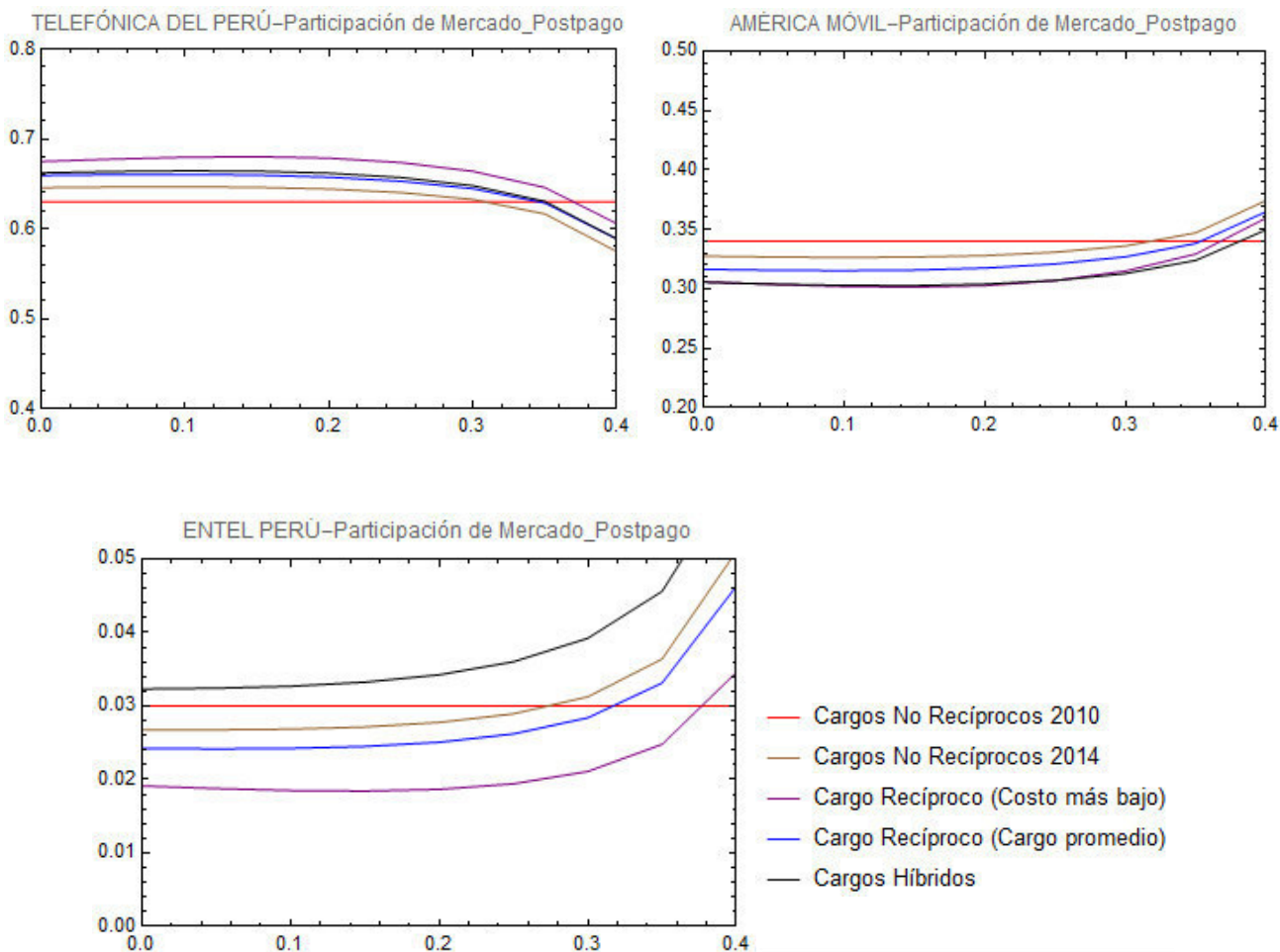
Cuotas de mercado. Esta variable se ve influenciada por los diferentes escenarios de establecimiento de cargos por terminación mediante el efecto que mantienen con respecto a los niveles de precios. La siguiente figura presenta dicha relación respecto a las cuotas de mercado para distintos niveles de β .

Tomando en cuenta los cargos por terminación establecidos^[61], la cuota de mercado de la empresa operadora con más usuarios aumenta en tanto el nivel de cargo de terminación disminuye. En particular, en el caso peruano, este efecto se presenta para distintos niveles de externalidad de red inferiores de 0.30. En contraste, las cuotas de mercado de los operadores con baja cantidad de usuarios disminuyen. La intuición que existe en esta afirmación es que la disminución en los niveles de cargos por llamadas reduce las motivaciones que tienen los operadores por competir por una mayor cuota de mercado, lo cual es aprovechado por la operadora con mayor participación para incrementar aún más su cuota de mercado.

Adicionalmente, la aplicación de un esquema del tipo *cargo_recíproco_fijado a la media de cargos* aumenta el *gap* existente en cuotas de mercado de las empresas operadoras. Lo cual significa que, la operadora con más cantidad de usuarios recibe la mayor cuota de mercado a expensas de la disminución en la cuota de las operadoras con menos usuarios. Por otro lado, mediante la aplicación de un esquema del tipo *cargos_no_recíprocos* y *cargos_híbridos* se presenta un menor *gap* de cuotas de mercado.

^[61] Los siguientes cargos:
 $(a^{2010}, a^{2014}, a^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}, a^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}, a^{\text{Cargos Híbridos})}$

Figura 18: Evolución de las cuotas de mercado de equilibrio con varios escenarios de cargos por llamadas – Segmento postpago
 $(\alpha^{2010}, \alpha^{2014}, \alpha^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}}, \alpha^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}}, \alpha^{\text{Cargos Híbridos}})$



Elaboración propia.

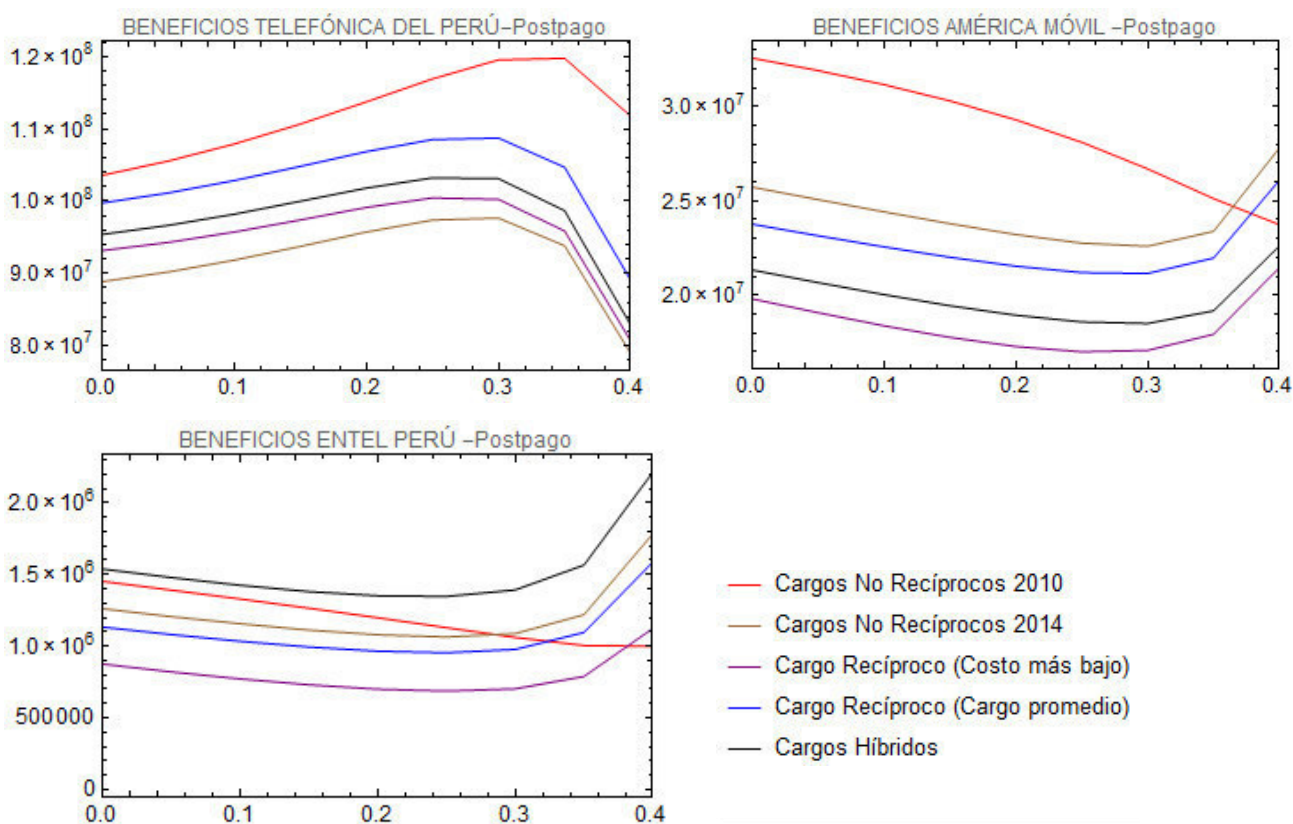
Ganancias de los operadores. La Figura 19 muestra que la relación entre las ganancias de los operadores y el nivel de cargo de acceso es positiva. En particular, las ganancias por parte del operador con mayor cuota aumentan siempre que se incremente el nivel de externalidad de red y empiecen a disminuir para valores mayores a su valor calibrado; mientras que las ganancias de los operadores con cuotas más bajas se reducen. Además, también se puede

evidenciar que las variaciones en las ganancias coinciden con los cambios en las cuotas de mercado mostradas en la figura precedente.

Bajo un escenario de *cargos_híbridos*, los operadores que cuentan con una cuota de mercado más elevada alcanzan ganancias cercanas a las obtenidas mediante un escenario de *cargo recíproco_fijado a costo*, y los operadores entrantes perciben ganancias mayores que a cualquier otro escenario de establecimiento de cargos.

Figura 19: Evolución de las ganancias de equilibrio por empresa bajo distintos escenarios de cargos por llamada – Segmento Postpago

(α^{2010} , α^{2014} , $\alpha^{\text{Cargo Recíproco (Costo más bajo)}}$, $\alpha^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}}$, $\alpha^{\text{Cargos Híbridos}}$)

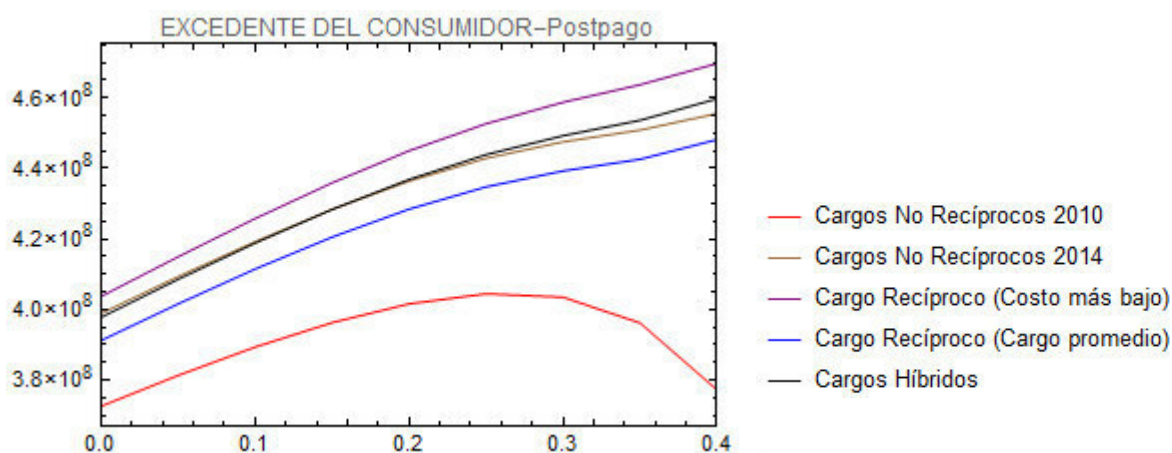


Elaboración propia.

Excedente en el Usuario. La Figura 20 presenta cómo el excedente en el usuario aumenta conforme disminuye el valor de los cargos por terminación. Asimismo, los usuarios obtienen niveles de excedente más elevados con los escenarios de establecimiento de *cargos_no_recíprocos* y *cargos_híbridos*.^[62] Bajo este último escenario es con el que el usuario alcanza el mayor nivel de excedente, obteniendo resultados muy cercanos que el alcanzado mediante un escenario del tipo *cargo_recíproco_fijado a costo*. Por su parte, mediante el escenario del tipo *cargo_recíproco_fijado a la media de cargos* se alcanza resultados no tan favorables para el usuario.

Figura 20: Evolución del Excedente en el Usuario de equilibrio bajo distintos regímenes de cargos por terminación – Segmento Postpago

(α^{2010} , α^{2014} , $\alpha^{\text{Cargos Recíprocos (Costo más bajo)}}$, $\alpha^{\text{Cargo Recíproco (Cargo promedio)}}$, $\alpha^{\text{Cargos Híbridos}}$)



Elaboración propia.

^[62] Sin embargo, es preciso señalar que el mayor excedente en el usuario se alcanza con un escenario *cargo_recíproco_fijado a costo*.

**5.6.4. Comparación de escenarios de establecimiento por cargos:
Recíproco_fijado_a la media de cargos vs Cargos_Híbridos vs
Cargos No_Recíprocos.**

En esta sección se comparan los impactos respecto al excedente en el usuario y el bienestar social, los cuales han sido obtenidos de emplear *cargo recíproco_fijado a la media de cargos* ($a^{Cargo_Recíproco\ (Cargo\ promedio)}$), *cargos no_recíprocos* (a^{2014}) y *cargos_híbridos* ($a^{Cargos_Híbridos}$).

Como se mencionó anteriormente, mediante las estimaciones basadas en la simulación del excedente por parte del usuario y el bienestar social se infiere que el régimen de *cargo recíproco_fijado a la media de cargos* ($a^{Cargo\ Recíproco\ (Cargo\ promedio)}$) presenta resultados muy cercanos a algún otro régimen de establecimiento de cargos mediante el cual se fije un nivel de cargo igual para todas las operadoras, salvo el caso en el cual se plantee reciprocidad en el cargo considerando el menor costo.

El análisis mencionado se desarrolla para el segmento pospago y prepago. Tal como se mencionó al inicio de este capítulo, se considera como escenario base o de equilibrio aquellos cargos establecidos en la revisión de la actualización del procedimiento de fijación de cargos por parte del OSIPTEL en el año 2010 (a^{2010}).

5.6.4.1. Segmento Pospago

En el segmento pospago, la motivación es contrastar los efectos de aplicar potenciales escenarios de establecimiento de cargos tomando como base un escenario de establecimiento de *cargos no_recíprocos* (a^{2010}), para diferentes grados de elasticidad-precio en la demanda $\varepsilon = \{0.3; 0.5; 0.7\}$ y distintos niveles de externalidad de llamada $\beta \in \{0; 0.4\}$. En la Figura 21 se presenta las

variaciones que habría en los niveles de excedente en el usuario y niveles de bienestar social, específicamente en los usuarios pertenecientes al segmento pospago.

Figura 21: Cambios en excedente en el usuario de equilibrio y bienestar social (α^{2014} , $\alpha^{Cargos\ Recíproco}$ (Cargos promedio), $\alpha^{Cargos\ Híbridos}$)

			Externalidad de Llamada: β								
	Var% Respecto a Cargos de 2010	Esquema de Fijación de Cargos	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
$\varepsilon = 0.3$	Var. % TCS	Cargos 2014	5.11	5.25	5.41	5.61	5.86	6.18	6.68	7.61	9.94
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	3.59	3.77	3.96	4.17	4.42	4.73	5.20	6.07	8.30
		Cargos Híbridos	4.86	5.06	5.29	5.55	5.85	6.23	6.80	7.82	10.32
	Var. % W	Cargos 2014	0.57	0.68	0.81	0.97	1.16	1.41	1.76	2.36	3.83
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	0.74	0.85	0.99	1.16	1.35	1.60	1.94	2.52	3.93
		Cargos Híbridos	0.76	0.90	1.06	1.26	1.49	1.79	2.19	2.85	4.38
$\varepsilon = 0.5$	Var. % TCS	Cargos 2014	7.07	7.35	7.69	8.11	8.67	9.50	10.91	13.81	20.78
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	5.01	5.32	5.69	6.12	6.69	7.50	8.87	11.72	18.82
		Cargos Híbridos	6.77	7.14	7.58	8.11	8.79	9.75	11.35	14.51	21.89
	Var. % W	Cargos 2014	0.90	1.09	1.31	1.58	1.94	2.45	3.28	5.02	9.81
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	1.11	1.31	1.54	1.83	2.19	2.70	3.51	5.22	9.98
		Cargos Híbridos	1.15	1.38	1.65	1.98	2.41	2.98	3.90	5.72	10.47
$\varepsilon = 0.7$	Var. % TCS	Cargos 2014	8.61	9.04	9.57	10.25	11.21	12.69	15.35	20.82	32.09
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	6.14	6.60	7.15	7.85	8.80	10.27	12.90	18.45	30.39
		Caso Híbrido	8.29	8.85	9.51	10.35	11.48	13.20	16.17	22.10	34.30
	Var. % W	Cargos 2014	1.21	1.47	1.79	2.19	2.74	3.58	5.11	8.61	18.61
		Cargos Recíprocos (Cargo Promedio)	1.46	1.74	2.07	2.48	3.04	3.87	5.38	8.83	18.76
		Cargos Híbridos	1.51	1.83	2.21	2.69	3.32	4.24	5.86	9.37	19.15

Nota: El Excedente en el usuario total $TCS = M * CS$ y el Bienestar Total $W = TCS + \sum_{i=1}^3 \pi_i$.
Elaboración propia.

A partir de la figura precedente se infiere que la aplicación de escenarios del tipo *cargos no_recíprocos* o *cargos híbridos* direcciona a mayores niveles de excedente en el usuario que la aplicación de un escenario como *cargos recíproco fijado a la media de cargos (o sus similares)*, independientemente del grado de elasticidad-precio en la demanda y para todo nivel de parámetro de externalidad de llamada β asignado.

Sin embargo, para valores muy próximos al nivel de externalidad de llamada que se ha calibrado para este modelo empleado al caso peruano ($\beta^* = 0.365$), el escenario de *cargos híbridos* siempre muestra resultados más favorables que el escenario de *cargos no_recíprocos*, en referencia al excedente en el usuario. Más aún, el escenario de establecimiento de *cargos híbridos* arroja mejores

resultados para niveles de externalidad de red mayores a 0.20. En esa línea, de acuerdo a las estimaciones realizadas respecto a los cargos por terminación establecidos para el año 2010, los consumidores cuentan con mejores niveles de bienestar bajo un escenario de *cargos_híbridos* que con cualquier otro escenario de establecimiento de cargos, independientemente del valor de la elasticidad-precio.

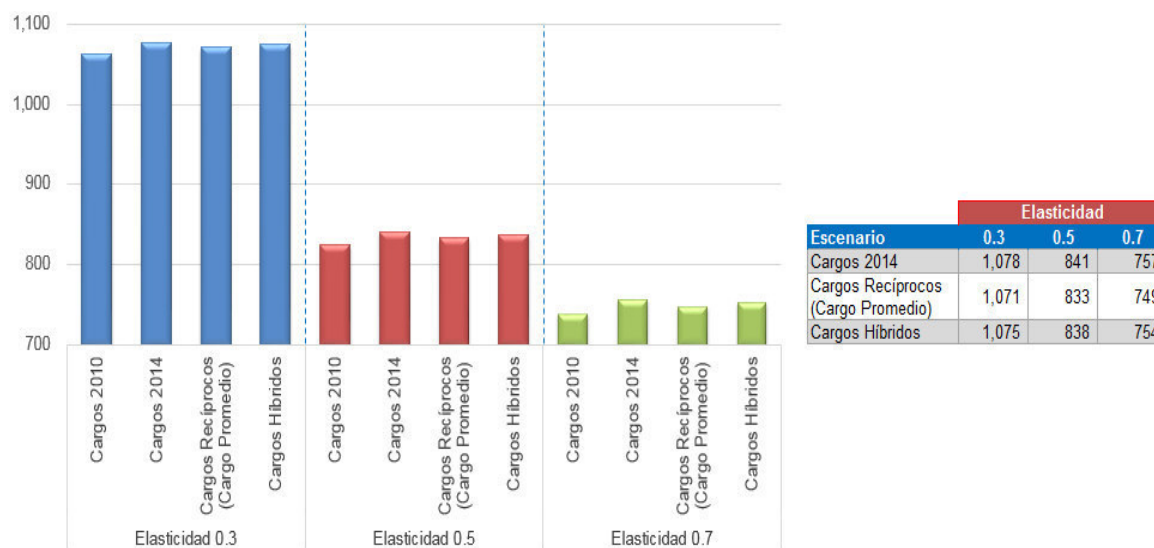
Sobre el nivel de bienestar total en la sociedad, los niveles más altos se obtienen bajo un escenario de *cargos_híbridos* para cualquier parámetro de elasticidad-precio en la demanda y externalidad de llamada. Más aún, el bienestar en la sociedad aumenta a medida que converge el nivel de externalidad de llamada a su nivel calibrado.

5.6.4.2. Segmento Prepago

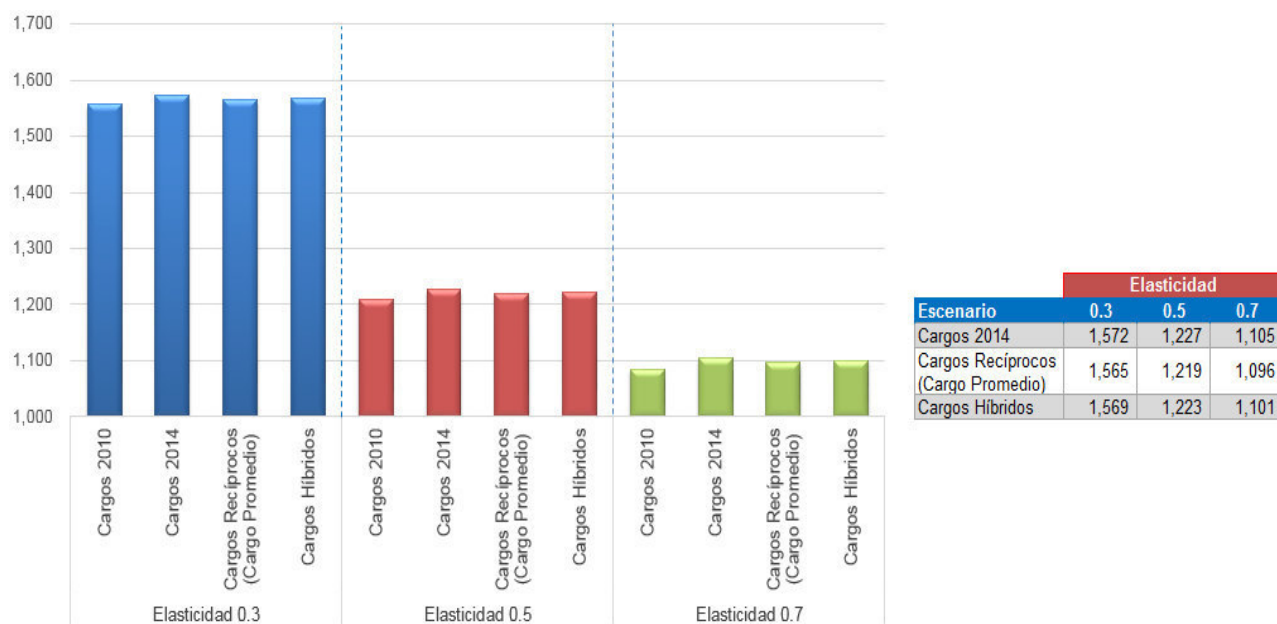
Para el segmento prepago, se tiene como finalidad comparar los niveles que se obtienen de excedente en el usuario y en el bienestar social en un entorno simulado con los escenarios de establecimiento de cargos señalados, para diferentes grados de elasticidad-precio en la demanda de 0.3, 0.5 y 0.7. Los niveles obtenidos de la simulación se presentan mediante la figura a continuación:

Figura 22: Evolución del nivel de Excedente en el Usuario y Bienestar Total de equilibrio
 $(\alpha^{2010}, \alpha^{2014}, \alpha^{Carga\ Recíproco\ (Carga\ promedio)}, \alpha^{Cargos\ Híbridos})$

Excedente en el Usuario (En millones de Soles)



Bienestar Total (En millones de Soles)



Elaboración propia.

La Figura 22 muestra que los mayores márgenes en el excedente en el usuario y en el bienestar de la sociedad se obtienen con escenarios de establecimiento de *cargos_híbridos* y *cargos no_recíprocos*. Por su parte, los menores márgenes son obtenidos en un escenario de establecimiento de *cargo recíproco_fijado a la media de cargos (o similares)*. Los cuadros adyacentes a dicha figura muestran los valores de excedente en el usuario y bienestar total en la sociedad para cada escenario de establecimiento de cargos y para niveles de elasticidad-precio en la demanda (0.3; 0.5 y 0.7).

CONCLUSIONES

El modelo matemático-económico planteado a lo largo de la presente tesis permite calibrar y simular los efectos e impactos que traerían consigo la supuesta implementación y potencial aplicación de los diferentes escenarios de establecimiento de cargos por finalización de llamadas de voz sobre las redes de móviles para el mercado peruano. Para cumplir con este objetivo, se plantearon los siguientes escenarios de establecimiento de cargos móviles: (i) escenario de *cargos_híbridos*, (ii) escenario de *cargo recíproco_fijado a costo*, (iii) escenario de *cargos no_recíprocos* y (iv) escenario de *cargo recíproco_fijado a la media de cargos*. La calibración del modelo propuesto fue realizada con la información estadística disponible en relación a los cargos por terminación y, como extensión al análisis del modelo original se presentaron resultados para el segmento prepago. Esto último, con el propósito de examinar con mayor realidad las características y condiciones existentes en el Perú.

Considerando los resultados obtenidos en la presente tesis, el escenario de establecimiento de cargos que arroja la solución más favorables para el segmento pospago –respecto a mejoras en los niveles de excedente en el usuario y bienestar social– es el de *cargos_híbridos* independientemente del grado de elasticidad-precio y del nivel del parámetro de externalidad de llamada. Por su parte, bajo el segmento prepago, la solución más favorable proviene de un escenario de establecimiento de *cargos_híbridos* y *cargos no_recíprocos* (en una magnitud muy similar), independientemente del grado de elasticidad-precio en la

demanda. Adicionalmente, los escenarios de establecimiento de cargos mencionados para cada segmento también fueron los que mostraron los resultados con menos volatilidad respecto a variaciones en nivel de precio, pagos mensuales y cuotas de mercado, independientemente del grado de externalidad de llamada.

Sin embargo, de acuerdo a los resultados y la data con la que se cuenta en el servicio móvil peruano, la variación en el nivel de bienestar de la sociedad estimado para el segmento pospago se encuentra por encima de la variación del bienestar alcanzada para el segmento prepago. Además, es necesario señalar que la cantidad de líneas móviles en servicio bajo el segmento pospago viene en crecimiento desde varios años atrás.

Bajo el empleo de la suposición de *self_fulfilling expectations* (o *expectativas autocumplidas*) se obtuvo una reducida posibilidad de la presencia de un “efecto cama de agua” (o *waterbed-effect*) sobre los niveles de precios. Sobre este último punto, Hurkens y López (2011) señalan que en un mercado formado por operadores con distintas cuotas de mercado no siempre una caída en los niveles de cargos por terminación conlleva a un aumento en los niveles de pagos mensuales. Incluso si este efecto cama de agua llega a ocurrir, su impacto no sería importante. En particular, el operador que cuenta con la cuota de mercado más alta disminuye su nivel de pago mensual asociado a medida que la externalidad de red es más alta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Armstrong, M. (1998). Network interconnection in telecommunications. *Economic Journal*. Recuperado de goo.gl/NeP9FC
- [2] BEREC (2014). *Termination Rates Benchmark Snapshot*. Recuperado de goo.gl/tSLLVs
- [3] Berger, U. (2004). Access Charges in the Presence of Call Externalities. *Journal of Economic Analysis & Policy*. Recuperado de <https://goo.gl/njcf73>
- [4] Berger, U. (2005). Bill-and-Keep vs. Cost-Based Access Pricing Revisited. *Economics Letters*. Recuperado de: <https://goo.gl/c19fVJ>
- [5] Calzada, J. & Trillas, F. (2005). *Los Precios de Interconexión en las Telecomunicaciones: de la teoría a la práctica*. Recuperado de: goo.gl/7CJR3B
- [6] CRC (2014). *Revisión de cargos de acceso de las redes móviles. Documento de soporte.Comisión Europea (CE) (2009a)*. Recuperado de: <https://goo.gl/MqPNKr>
- [7] Carter, M., & Wright, J. (1999). *Interconnection in Network Industries*. Recuperado de: <http://goo.gl/NJgx7G>
- [8] Carter, M., & Wright, J. (2003). *Asymmetric Network Interconnection*. Recuperado de: <http://goo.gl/Jueo2s>
- [9] De Bijl, P., Peitz, M. (2002). *New competition in telecommunications markets: regulatory pricing principles*. Recuperado de: <http://goo.gl/m2qEeO>
- [10] De Bijl, P., Peitz, M. (2004). *Dynamic Regulation and Entry in Telecommunications Markets: A Policy Framework*. Recuperado de: <http://goo.gl/m2qEeO>

- [11] DeGraba, P. (2002). Bill and Keep as the Efficient Interconnection Regime? A Reply. *Review of Network Economics* 1(1). Recuperado de: <https://goo.gl/XhqjRw>
- [12] ERG. (2008). *ERG's Common Position on symmetry of fixed call termination rates and symmetry of mobile call termination rates*. Recuperado de: <https://goo.gl/Q6vqn2>
- [13] Feldstein, M. (1978). The Welfare Cost of Capital Income Taxation. *Journal of Political Economy*, 86. Recuperado de: <https://goo.gl/EdJs2s>
- [14] Genakos, C., Valletti, T. (2007). Testing the “waterbed” effect in Mobile Telephony. *CEP Discussion Paper No 827*. Recuperado de: <https://goo.gl/mPrHBR>
- [15] Geoffron, P., Wang, H. (2008). What mobile termination regime for asymmetric firms with a calling club effect? *International Journal of Management and Networks Economics*. Recuperado de <https://goo.gl/av9FhH>
- [16] Growitsch, C., Marcus, J.S., & Wernick, C. (2010). *The Effects of Lower Termination Rates (MTRs) on Retail Price and Demand*. Recuperado de <https://goo.gl/1Fgu1w>
- [17] Harbord, D., Hoernig, S. (2012). *Welfare Analysis of Regulating Mobile Termination Rates in the UK*. Recuperado de: <http://goo.gl/m5xO3W>
- [18] Harbord, D., Pagnozzi, M. (2010). Network-based price discrimination and “Bill & Keep” vs. “Cost-Based” regulation of mobile termination rates. *Review of Network Economics*, 9 (1). Recuperado de <https://goo.gl/xTGsqk>
- [19] Harbord, D. (2010). *Efectos de la Reducción de Tarifas de Terminación Móvil sobre el Bienestar en el Mercado de las Telecomunicaciones de México*. Recuperado de: <http://goo.gl/XtNP73>
- [20] Hurkens, S., López, A. (2010). *Mobile Termination, Network Externalities, and Consumer Expectations*. Recuperado de: <http://goo.gl/cP5R1M>
- [21] Hurkens, S., López, A. (2011). *The Welfare Effects of Mobile Termination Rate Regulation in Asymmetric Oligopolies: The Case of Spain*. Recuperado de: <http://goo.gl/ehKIY1>

- [22] Katz, M.L., Shapiro, C.S. (1985). Network Externalities, Competition, and Compatibility. *American Economic Association*. Recuperado de: <http://goo.gl/RjcPGN>
- [23] Laffont, J., Tirole, J., Rey, P., (1998). Network competition: Overview and nondiscriminatory pricing. *RAND Journal of Economics*, 29 (1). Recuperado de <https://bit.ly/2CVDUrS>
- [24] Lee, J., Lee, D. (2012). *Asymmetry of mobile termination rates and the waterbed effect*. Vienna, Austria. Recuperado de <https://goo.gl/vXeHqv>
- [25] Littlechild, S. (2006). Mobile Termination Charges: Calling Party Pays versus Receiving Party Pays. *Telecommunications Policy*, 30(5-6). Recuperado de <https://goo.gl/7nW1xU>
- [26] Mc Fadden, D. (1977). *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*. Recuperado de: <http://goo.gl/XSZ0Fa>
- [27] Ofcom. (2009). *Regulating Mobile Call Termination Rates*. Recuperado de <https://bit.ly/2BbWNXt>
- [28] Quigley, N. and I. Vogelsang (2003). *Interconnection Pricing: Bill and Keep Compared to TSLRIC*, Charles River Associates (Asia Pacific) Ltd. Recuperado de <https://bit.ly/2HzwnEK>
- [29] Small, K.A., Rosen, H.S. (1981). Applied Welfare Economics with Discrete Choice Models. *Econometrica*. Recuperado de: <http://goo.gl/GIAI03>
- [30] UIT. (2009). *To regulate or not regulate? Regulatory and Market Environment Division*. Recuperado de: <https://bit.ly/2MGTDJo>
- [31] Valletti, T. and G. Houpis (2005). Mobile Termination: What is the 'Right' Charge? *Journal of Regulatory Economics*, 28(3). Recuperado de <https://goo.gl/8FNvzR>
- [32] Vogelsang, I. (2003). Price Regulation of Access to Telecommunications Network. *Journal of Economic Literature*, 41 (3). Recuperado de: <https://bit.ly/2DGQEEh>
- [33] Willig, R. (1976). Consumer's Surplus Without Apology. *The American Economic Review*, 66 (4). Recuperado de <https://goo.gl/zP5jFD>

ANEXOS: Estimaciones de las Ecuaciones del Modelo

A.1. Estimación de cuotas de mercado (Función Logit-Multinomial)

Según el axioma de independencia de alternativas irrelevantes (IIA):

$$P(X/S, \{x, y\})P(Y/S, B) = P(Y/S, \{x, y\})P(X/S, B)$$

$$\frac{P_{yx}}{P_{xy}} = \frac{P(Y/S, \{x, y\})}{P(X/S, \{x, y\})} = \frac{P(Y/S, B)}{P(X/S, B)}$$

$$P(Y/S, B) = \frac{P_{yx}}{P_{xy}} P(X/S, B)$$

Además se sabe que:

$$\sum_{y \in B} P(Y/S, B) = 1 \quad ; \quad \cup Y_i = B$$

$$\rightarrow \sum_{y \in B} \frac{P_{yx}}{P_{xy}} P(X/S, B) = 1$$

$$\rightarrow P(X/S, B) = \frac{1}{\sum_{y \in B} \frac{P_{yx}}{P_{xy}}} \dots \dots \dots (1)$$

Dado que se puede expresar:

$$P(Y/S, B) = \frac{P_{yz}}{P_{zy}} P(Z/S, B)$$

$$P(X/S, B) = \frac{P_{xz}}{P_{zx}} P(Z/S, B)$$

$$\rightarrow \frac{P_{yx}}{P_{xy}} = \frac{P(Y/S, B)}{P(X/S, B)} = \frac{\frac{P_{yz}}{P_{zy}}}{\frac{P_{xz}}{P_{zx}}} \dots \dots \dots (2)$$

Asumiendo que:

$$V(S, X, Z) = \log \left(\frac{P_{xz}}{P_{zx}} \right) = \log P_{xz} - \log P_{zx}$$

$$V(S, X, Z) = V(S, X) - V(S, Z)$$

Entonces:

$$\frac{P_{xz}}{P_{zx}} = e^{V(S, X, Z)}$$

Reemplazando (2) en (1):

$$P(X/S, B) = \frac{1}{\sum_{y \in B} \frac{(P_{yz}/P_{zy})}{(P_{xz}/P_{zx})}} = \frac{P_{xz}/P_{zx}}{\sum_{y \in B} (P_{yz}/P_{zy})}$$

$$P(X/S, B) = \frac{e^{V(S,X,Z)}}{\sum_{y \in B} e^{V(S,X,Z)}}$$

Sabiendo que:

$$U_i = w_i + \mu \varepsilon_i$$

$$U_j = w_j + \mu \varepsilon_j$$

El consumidor se suscribirá a la red "i", si:

$$U_i > U_j \quad \rightarrow \quad w_i + \mu \varepsilon_i > w_j + \mu \varepsilon_j$$

La probabilidad de suscribirse a la red "i" estará dada por:

$$P\left(\varepsilon_j - \varepsilon_i < \frac{w_i - w_j}{\mu}\right)$$

Dado que en un *logit multinomial* la opción base se hace cero, entonces:

$$P\left(\varepsilon_j - \varepsilon_i < \frac{w_i}{\mu}\right) = F(w_i/\mu) = P_{ij} \dots \dots \dots (4)$$

Reemplazando (4) en (3), tenemos:

$$P(X/S, B) = \alpha = \frac{P_{xz}/P_{zx}}{\sum_{y \in B} (P_{yz}/P_{zy})}$$

$$\alpha = \frac{F(w_X/\mu) / F(w_Z/\mu)}{\sum (F(w_Y/\mu) / F(w_Z/\mu))}$$

$$\alpha = \frac{F(w_X/\mu)}{\sum F(w_Y/\mu)} \cdot \frac{F(w_Z/\mu)}{\sum_Y F(w_Z/\mu)}$$

$$\alpha = \frac{F(w_X/\mu)}{\sum F(w_Y/\mu)}$$

$$\therefore \alpha = \frac{e^{(w_i/\mu)}}{\sum_{k=1}^n e^{(w_k/\mu)}}$$

A.2. Estimación de Precio On-Net

Función de Ganancias del Operador i:

$$\pi_i = \alpha_i M(\alpha_i R(P_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + F_i - f) \dots (1)$$

Utilidad del consumidor por suscribirse al operador *i* y *j*:

$$W_i = \gamma_i + \beta_i [v(P_{ii}) + \bar{u}(q(P_{ii}))] + \sum_{j \neq i} \beta_j v(P_{ij}) + \sum_{j \neq i} \beta_j \bar{u}(q(P_{ji})) - F_i \dots (2)$$

$$W_j = \gamma_j + \beta_j [v(P_{jj}) + \bar{u}(q(P_{jj}))] + \sum_{i \neq j} \beta_i v(P_{ji}) + \sum_{i \neq j} \beta_i \bar{u}(q(P_{ij})) - F_j \dots (3)$$

Diferenciando (2)

$$dW_i = \beta_i \left[\frac{dv(P_{ii})}{dP_{ii}} dP_{ii} + \beta \frac{du(P_{ii})}{dP_{ii}} dP_{ii} \right] - dF_i \dots (4)$$

Además se tiene que:

$$\frac{dv(P)}{dP} = -q(P) \quad y \quad \frac{du(P)}{dP} = \frac{dq(P)}{dP} \cdot P \dots (5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$0 = \beta_i \left[-q(P_{ii})dP_{ii} + \beta P_{ii} \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} dP_{ii} \right] - dF_i$$

$$\rightarrow \frac{dF_i}{dP_{ii}} = \beta_i \left[-q(P_{ii}) + \beta P_{ii} \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} \right] \quad \dots (6)$$

Derivando (1) respecto al precio *On-net* (P_{ii})

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial P_{ii}} = \alpha_i M \left[(P_{ii} - c) \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} + q(P_{ii}) + \frac{dF_i}{dP_{ii}} \right]$$

Reemplazando (6)

$$\alpha_i M \left[(P_{ii} - c) \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} + q(P_{ii}) - \beta_i q(P_{ii}) + \beta_i \beta P_{ii} \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} \right] = 0$$

Reemplazando: $\beta_i = \alpha_i$

$$\left[\alpha_i (P_{ii} - c) \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} + \alpha_i q(P_{ii}) - \alpha_i q(P_{ii}) + \alpha_i \beta P_{ii} \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} \right] = 0$$

$$\alpha_i \frac{dq(P_{ii})}{dP_{ii}} [(P_{ii} - c) + \beta P_{ii}] = 0$$

$$(P_{ii} - c) + \beta P_{ii} = 0$$

$$\therefore P_{ii} = \frac{c}{1 + \beta}$$

A.3. Estimación de Precio Off-Net

Diferenciando (2) y (3), tenemos:

$$dW_i = \sum_{j \neq i} \beta_j \frac{dv(P_{ij})}{dP_{ij}} dP_{ij} - dF_i \dots (7)$$

$$dW_j = \beta_i \beta \frac{du(P_{ij})}{dP_{ij}} dP_{ij} \dots (8)$$

Igualando (7) y (8) y reemplazando (5).

$$dW_i = dW_j$$

$$\sum_{j \neq i} \beta_j \frac{dv(P_{ij})}{dP_{ij}} dP_{ij} - dF_i = \beta_i \beta \frac{du(P_{ij})}{dP_{ij}} dP_{ij}$$

$$\frac{dF_i}{dP_{ij}} = - \sum_{j \neq i} \beta_j q(P_{ij}) - \beta_i \beta P_{ij} \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} \dots (9)$$

Derivando (1) respecto al precio *off-net* (P_{ij})

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial P_{ij}} = \alpha_i M \left[\sum_{j \neq i} \alpha_j (P_{ij} - c - m_j) \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(P_{ij}) + \frac{dF_i}{dP_{ij}} \right]$$

Reemplazando (9)

$$\alpha_i M \left[\sum_{j \neq i} \alpha_j (P_{ij} - c - m_j) \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(P_{ij}) - \sum_{j \neq i} \beta_j q(P_{ij}) - \beta_i \beta P_{ij} \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} \right] = 0$$

Reemplazando: $\beta_i = \alpha_i$ y $\beta_j = \alpha_j$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (P_{ij} - c - m_j) \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} + \sum_{j \neq i} \alpha_j q(P_{ij}) - \sum_{j \neq i} \alpha_j q(P_{ij}) - \alpha_i \beta P_{ij} \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} = 0$$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (P_{ij} - c - m_j) \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} - \alpha_i \beta P_{ij} \frac{dq(P_{ij})}{dP_{ij}} = 0$$

$$\sum_{j \neq i} \alpha_j (P_{ij} - c - m_j) - \alpha_i \beta P_{ij} = 0$$

$$P_{ij} \left(\sum_{j \neq i} \alpha_j - \alpha_i \beta \right) = \sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)$$

Se tiene que: $\sum_{j \neq i} \alpha_j = 1 - \alpha_i$

$$P_{ij} (1 - \alpha_i - \alpha_i \beta) = \sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)$$

$$\therefore P_{ij} = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_j (c + m_j)}{1 - (1 + \beta) \alpha_i}$$

A.4. Estimación de Pagos Mensuales y sus efectos sobre cuotas de mercado

- **Efecto de F_i sobre α_i**

$$\alpha_i = \frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = \frac{\exp[w_i/\mu] * \left(-\frac{1}{\mu}\right) * (\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]) + \exp[w_i/\mu] * (\exp[w_i/\mu] * \left(-\frac{1}{\mu}\right))}{(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu])^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{1}{\mu} \left[\frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} - \left(\frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} \right)^2 \right] \rightarrow -\frac{1}{\mu} [\alpha_i - \alpha_i^2]$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = -\frac{1}{\mu} [\alpha_i - \alpha_i^2] = -\frac{1}{\mu} [\alpha_i(1 - \alpha_i)] \dots (10)$$

• **Efecto de F_i sobre α_j**

$$\alpha_j = \frac{\exp[w_j/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} \rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{-\exp[w_j/\mu] * \left(-\frac{1}{\mu}\right) * \exp[w_i/\mu]}{(\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu])^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \left(\frac{1}{\mu}\right) * \frac{\exp[w_j/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]} * \frac{\exp[w_i/\mu]}{\sum_{k=1}^n \exp[w_k/\mu]}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} = \frac{\alpha_j \alpha_i}{\mu} \dots (11)$$

Derivando (1) respecto a F_i

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} \left[\alpha_i R(P_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + F_i - f \right] \\ & + \alpha_i \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} R(P_{ii}) + \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} \sum_{j \neq i} \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{\partial \alpha_j}{\partial F_i} \sum_{j \neq i} m_i q(P_{ji}) + 1 \right] = 0 \end{aligned}$$

Reemplazando (10) y (11)

$$-\frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu} \left[\alpha_i R(P_{ii}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + F_i - f \right] \\ + \alpha_i \left[-\frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu} R(P_{ii}) + \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + 1 \right] = 0$$

$$\frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu} R(P_{ii}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} (F_i - f) \\ + \frac{\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu} R(P_{ii}) - \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) - \frac{\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) - 1 = 0$$

$$\frac{2\alpha_i(1-\alpha_i)}{\mu} R(P_{ii}) - \frac{2\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{1}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) \\ - \frac{2\alpha_i}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + \frac{1}{\mu} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) - 1 + \frac{(1-\alpha_i)}{\mu} (F_i - f) = 0$$

Multiplicando por $\frac{\mu}{(1-\alpha_i)}$

$$2\alpha_i R(P_{ii}) - \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) \\ - \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) + \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) - \frac{\mu}{(1-\alpha_i)} + F_i - f \\ = 0$$

$$\therefore F_i = f + \frac{\mu}{(1-\alpha_i)} - 2\alpha_i R(P_{ii}) + \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) + \frac{2\alpha_i}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji}) \\ - \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j \hat{R}_j(P_{ij}) - \frac{1}{(1-\alpha_i)} \sum_{j \neq i} \alpha_j m_i q(P_{ji})$$